

УДК 539.3



В. А. Сало



В. М. Нечипоренко

ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ ПРУЖНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ ПІД ДІЄЮ ЛОКАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Пропонованим RVR-методом вирішена просторова задача про напружений стан товстостінної циліндричної оболонки під дією статичного навантаження. У методі використані варіаційний принцип Рейсснера, теорія R-функцій, загальні рівняння тривимірної теорії пружності, метод І. М. Векуа і алгоритм двостороннього оцінювання точності наближених розв'язків варіаційних задач. Ефективність методу показана на чисельних прикладах.

К л ю ч о в і с л о в а: тривимірна теорія пружності, варіаційний принцип Рейсснера, теорія R-функцій, циліндрична оболонка.

Постановка проблеми. Для об'єктивного оцінювання міцності та жорсткості широко застосовуваних у сучасній інженерній практиці пружних циліндричних оболонок необхідне виконання розрахунків їх напружено-деформованого стану на основі чисельних розв'язків відповідних крайових задач механіки деформованого твердого тіла. Безумовно, істотний прогрес у розробленні науково обґрунтованих методів, які дозволяють одержати достовірні результати дослідження товстостінних оболонок, неможливий без використання сучасних ПК і уточнених теорій пружних оболонок. Отже, існує актуальна потреба у створенні математично коректних, універсальних і алгоритмічно простих для чисельної реалізації методів розрахунку оболонок довільної товщини.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У науковій літературі представлено чимало різноманітних за складністю (нерідко суперечних один одному) варіантів математичних теорій пружних оболонок, що створює певні утруднення в коректному виборі та практичному використанні конкретної теорії. Авторами даної статті пропонується розроблений та теоретично обґрунтований у монографії [1] новий чисельно-аналітичний RVR-метод для розв'язування просторових крайових задач при розрахунку на міцність і жорсткість статично навантажених пружних оболонок, зокрема пластин, довільної товщини.

Метод заснований на використанні змішаного варіаційного принципу Рейсснера, методу І. М. Векуа, теорії R-функцій і загальних рівнянь просторових задач теорії пружності, що дозволяє визначити напружено-деформований стан відповідальних оболонкових елементів конструкцій сучасної техніки. При цьому в RVR-методі створені структури розв'язків, які точно задовольняють різним варіантам граничних умов досліджуваних просторових задач.

Мета статті полягає у дослідженні міцності статично навантажених циліндричних елементів пружних конструкцій за допомогою запропонованого нового чисельного методу.

Виклад основного матеріалу. Введемо в досліджуваній серединній поверхні Ω_s радіуса R циліндра довжини $2a$ і товщини h ортогональну криволінійну систему координат $\{s_1, s_2, z\}$, де s_1 – відстань уздовж твірної ($-a \leq s_1 \leq a$); s_2 – довжина дуги напрямної. При цьому координатна лінія z ($-h/2 \leq z \leq h/2$) перпендикулярна поверхні Ω_s . Уся поверхня Γ циліндра складається з торцевих Γ_1 і лицьових поверхонь: внутрішньої Γ^- ($z = -h/2$) і зовнішньої Γ^+ ($z = h/2$). Рівняння поверхонь визначаємо функціями ω_1 і ω_- , ω_+ (при $\zeta = 2z/h$):

$$\omega_1 = 1 - s_1^2/a^2; \quad \omega_{\pm} = 1 \mp \zeta; \quad \omega_{\zeta} = \omega_+ \omega_- = 1 - \zeta^2. \quad (1)$$

Розглянемо крайову задачу напружено-деформованого стану пружного циліндра при дії на його внутрішній поверхні Γ^- локального тиску такого вигляду: $t_3^- = -q_0 \sin^5[\pi(s_1 + a)/2a]$. Зміна розподілу розглянутого тиску t_3^- по довжині циліндра показана на рис. 1, на якому цифри 1, 2, 3, 5, 7 і 10 відповідають значенням величини n графіка $\sin^n[\pi(\eta + 1)/2]$ при $\eta = s_1/a$.

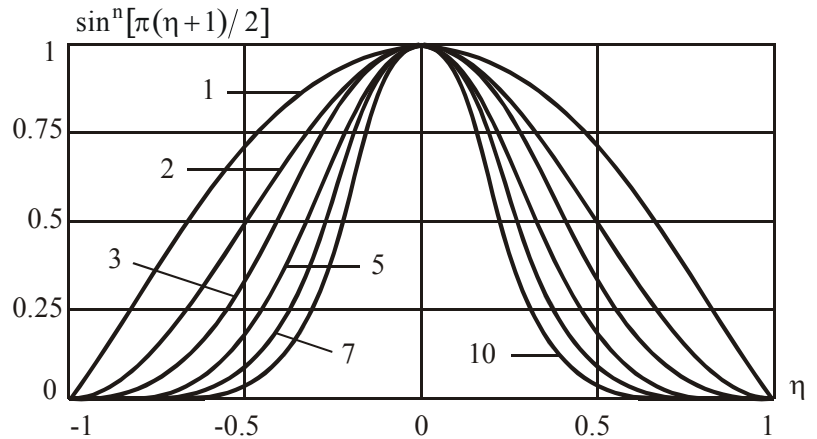


Рис. 1. Зміна графіка залежно від величини n

Граничні умови у випадку віссиметричної задачі (при $u_2 = 0$, $\sigma_{12} = 0$ і $\sigma_{23} = 0$) формулюються у вигляді комбінації з енергетичних пар відповідно на торцевій Γ_1 і лицьових поверхнях Γ^{\pm} циліндра:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_1: \quad & \sigma_{11} = \sigma_{11}^* \vee u_1 = u_1^*; \quad \sigma_{13} = \sigma_{13}^* \vee u_3 = u_3^*, \\ \Gamma^{\pm}: \quad & \sigma_{i3} = t_i^{\pm} \vee u_i = u_i^{\pm} \quad (i = 1, 3). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Розглянемо найбільш поширені на практиці однорідні (при $\sigma_{ij}^* = 0$, $u_i^* = 0$) граничні умови на торці Γ_1 пружної циліндричної оболонки:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } & \sigma_{11} = 0; \quad \sigma_{13} = 0, & \text{б) } & \sigma_{11} = 0; \quad u_3 = 0, \\ \text{с) } & u_1 = 0; \quad \sigma_{13} = 0, & \text{д) } & u_1 = 0; \quad u_3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Відзначимо, що граничні умови (3, а) відповідають вільному краю, (3, б) – краю з абсолютно жорсткою у своїй поверхні діафрагмою, (3, с) – ковзному краю, (3, д) – абсолютно жорсткому краю (або защемленню).

З огляду дослідження віссиметричної крайової задачі варіаційне рівняння Рейсснера (умова стаціонарності функціонала Рейсснера \mathbf{I}_R) для розрахункової ізотропної області оболонки має такий вигляд:

$$\iint_{\Omega} \left\{ - \left[\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial s_1} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} + \frac{1}{R\chi} \sigma_{13} \right] \delta u_1 - \right. \\ \left. - \left[\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial s_1} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} + \frac{1}{R\chi} (\sigma_{33} - \sigma_{22}) \right] \delta u_3 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial u_1}{\partial s_1} - \frac{1}{E} (\sigma_{11} - \nu \sigma_{22} - \nu \sigma_{33}) \right] \delta \sigma_{11} + \right. \\ \left. + \left[\frac{1}{R\chi} u_3 - \frac{1}{E} (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11} - \nu \sigma_{33}) \right] \delta \sigma_{22} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial u_3}{\partial z} - \frac{1}{E} (\sigma_{33} - \nu \sigma_{11} - \nu \sigma_{22}) \right] \delta \sigma_{33} + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial u_3}{\partial s_1} + \frac{\partial u_1}{\partial z} - \frac{\sigma_{13}}{G} \right] \delta \sigma_{13} \right\} R\chi ds_1 dz = 0, \quad (4)$$

де E та G – модулі пружності й зсуву; ν – коефіцієнт Пуассона.

Структури розв'язків крайових задач. У неекстремальному змішаному функціоналі Рейсснера \mathbf{I}_R незалежні між собою шукані компоненти u_i вектора \mathbf{u} і компоненти σ_{ij} тензора $\boldsymbol{\sigma}$ представимо такими рядами:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_1^* + \sum_{k=0}^{l_1-1} [1 + b_{1k}(\omega_1 - 1)] \sum_{p=0}^{m_1} a_1^{n_1} C_1(p, s_1) P_k(\zeta); \\ u_3 &= u_3^* + \sum_{k=0}^{l_3-1} [1 + b_{3k}(\omega_1 - 1)] \sum_{p=0}^{m_3} a_3^{n_3} C_3(p, s_1) P_k(\zeta); \\ \chi \sigma_{11} &= \sigma_{11}^* + \sum_{k=0}^{l_{11}-1} [b_{1k} + \omega_1(1 - b_{1k})] \sum_{p=0}^{m_{11}} a_{11}^{n_{11}} C_{11}(p, s_1) P_k(\zeta); \\ \sigma_{22} &= \sum_{k=0}^{l_{22}-1} \sum_{p=0}^{m_{22}} a_{22}^{n_{22}} C_{22}(p, s_1) P_k(\zeta); \\ \chi \sigma_{13} &= \sigma_{13}^* + \omega_\zeta \sum_{k=0}^{l_{13}-1} [b_{3k} + \omega_1(1 - b_{3k})] \sum_{p=0}^{m_{13}} a_{13}^{n_{13}} C_{13}(p, s_1) P_k(\zeta); \\ \chi \sigma_{33} &= \sigma_{33}^* + \omega_\zeta \sum_{k=0}^{l_{33}-1} \sum_{p=0}^{m_{33}} a_{33}^{n_{33}} C_{33}(p, s_1) P_k(\zeta). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

У поданих аналітичних структурах наближених розв'язків (5) множник $\chi = 1 + h\zeta / 2R$ урахує зміну метрики пружної оболонки за товщиною і необхідний при розгляді нетонкої оболонки (при збереженні доданків порядку $h / 2R$ у порівнянні з одиницею); u_i^* та $\sigma_{ij}^{n_{ij}}$ – шукані сталі; $C_i(p, s_1)$ та $C_{ij}(p, s_1)$ – апроксимуючі функції; $P_k(\zeta)$ – поліноми Лежандра; $n_i = k(m_i + 1) + p + 1$ (при $n_i \Rightarrow n_{ij}$). При цьому функції u_i^* , σ_{ij}^* , що обумовлені виразами (3), визначаються за допомогою формул (при $i = 1, 3$):

$$\left. \begin{aligned} u_i^* &= u_i|_{\Gamma_1}; \quad \sigma_{11}^* = \sigma_{11}|_{\Gamma_1} = \sigma_{11}^{(1)}; \quad \sigma_{13}^* = \frac{\sigma_{13}^\zeta \omega_1 + \sigma_{13}^{(1)} \omega_\zeta}{\omega_1 + \omega_\zeta}; \\ \sigma_{33}^* &= \sigma_{33}^\zeta; \quad \sigma_{13}^\zeta = \frac{1}{2} (\chi^+ t_1^+ \omega_- + \chi^- t_1^- \omega_+); \\ \omega_1 &= 1 - \frac{s_1^2}{a^2}; \quad \omega_\zeta = 1 - \zeta^2. \quad \chi^\pm = 1 \pm \frac{h}{2R}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Сталі b_{1k} і b_{3k} ($k \geq 0$) дорівнюють одиниці (якщо ми задаємо переміщення) або нулю (якщо задаємо напруження) і необхідні для того, щоб у кожному математичному записі сформульованих граничних умов на торці пружного циліндра не зустрічалися взаємно відповідні величини із шуканих переміщень і напружень. Граничним умовам (3, a, b, c, d) відповідають комбінації значень ($b_{1k} = 0$, $b_{3k} = 0$); ($b_{1k} = 0$, $b_{3k} = 1$); ($b_{1k} = 1$, $b_{3k} = 0$) і ($b_{1k} = 1$, $b_{3k} = 1$), а вибраній уточненій моделі оболонки – комбінації величин ($l_1, l_3, l_{11}, l_{13}, l_{33}$), де l_1 та l_3 – числа членів, що утримуються у розкладанні за координатою ζ тангенціального u_1 і нормального u_3 переміщень; l_{ii} ($i = 1, 2$) – тангенціальних напружень σ_{ii} ; l_{13} і l_{33} – поперечних дотичного σ_{13} і нормального σ_{33} напружень. Задання в алгоритмі використовуваної програми комбінації величин ($l_1, l_3, l_{11}, l_{13}, l_{33}$) дозволяє автоматично переходити до різних зсувних моделей теорії оболонок. Так, варіанту (2, 1, 2, 1, 0) буде відповідати теорія оболонок типу Тимошенко; (2, 2, 2, 2, 1) – викладена в монографії [2] уточнена модель анізотропних оболонок; (4, 2, 4, 2, 1) і (4, 3, 4, 3, 2) – прикладні теорії [3] і [4].

Після підстановки запропонованої структури розв'язку (5) у варіаційне рівняння Рейсснера (4) і чисельного інтегрування відповідних потрібних інтегралів досліджувана крайова задача зводиться до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь щодо шуканих сталих $u_i^{n_i}$ та $\sigma_{ij}^{n_{ij}}$, за значеннями яких визначаються всі характеристики напружено-деформованого стану розрахункової оболонки.

Уведемо величини зведених переміщень \tilde{u}_i та напружень $\tilde{\sigma}_{ij}$:

$$\tilde{u}_i^- = \frac{u_i^- E}{q_0 R_0}; \quad \tilde{u}_i^+ = \frac{u_i^+ E}{q_0 R_0}; \quad \tilde{\sigma}_{ij}^- = \frac{\sigma_{ij}^-}{q_0}; \quad \tilde{\sigma}_{ij}^+ = \frac{\sigma_{ij}^+}{q_0}, \quad (7)$$

де “-“ (“+”) відповідає $\zeta = \mp 1$, а R_0 – масштабний множник.

Результати чисельного розрахунку. Для досліджуваного ізотропного циліндра, довжина якого $2a = 20 R_0$ ($-a \leq s_1 \leq a$, $R = 10 R_0$), у табл. 1 представлені (у знаменниках – результати [5]) у перетині $s_1 = 0$ для $h/R = 0.5$ значення переміщення \tilde{u}_3 по товщині циліндра за різних граничних умов (3).

Т а б л и ц я 1

Значення переміщення \tilde{u}_3 уздовж товщини пружного циліндра

Умови на торцях	ζ								
	-1	-0.8	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.8	1
(3,b)	$\frac{11.79}{11.8}$	$\frac{11.31}{11.3}$	$\frac{10.47}{10.4}$	$\frac{10.11}{10.1}$	$\frac{9.781}{9.74}$	$\frac{9.489}{9.45}$	$\frac{9.223}{9.19}$	$\frac{8.739}{8.71}$	$\frac{8.502}{8.47}$
(3,c)	$\frac{10.50}{10.5}$	$\frac{10.00}{10.0}$	$\frac{9.117}{9.12}$	$\frac{8.740}{8.74}$	$\frac{8.408}{8.41}$	$\frac{8.114}{8.11}$	$\frac{7.854}{7.85}$	$\frac{7.854}{7.39}$	$\frac{7.175}{7.17}$
(3,d)	$\frac{10.32}{10.4}$	$\frac{9.859}{9.88}$	$\frac{9.004}{9.03}$	$\frac{8.638}{8.66}$	$\frac{8.313}{8.33}$	$\frac{8.024}{8.04}$	$\frac{7.764}{7.78}$	$\frac{7.300}{7.32}$	$\frac{7.064}{7.09}$

У табл. 2 для випадку вільних від навантаження торців, залежно від вибраної зсувної моделі, яка задана комбінацією чисел $(l_1, l_3, l_{ii}, l_{13}, l_{33})$, при $m_i = m_{ij} = 10$, $h/R = 0.5$ (у чисельниках) і $h/R = 1$ (у знаменниках) представлені результати обчислень значень функціоналів Лагранжа I_L і Рейсснера I_R (при цьому функціонал Кастильяно I_C практично збігається з I_R), переміщень \tilde{u}_3^- , \tilde{u}_3^+ і напружень $\tilde{\sigma}_{11}^-$, $\tilde{\sigma}_{11}^+$, $\tilde{\sigma}_{22}^-$, $\tilde{\sigma}_{22}^+$ у перетині $s_1 = 0$.

Т а б л и ц я 2

Значення шуканих величин (випадок вільних торців пружного циліндра)

$(l_1, l_3, l_{ii}, l_{13}, l_{33})$	(2,2,2,2,1)	(4,2,4,2,1)	(4,3,4,3,2)	(5,5,5,5,5)	(7,7,7,7,7)
I_L / I_R	$\frac{0.97641}{0.75999}$	$\frac{0.98075}{0.77672}$	$\frac{0.99812}{0.95446}$	$\frac{0.99999}{0.99910}$	$\frac{0.99999}{0.99998}$
\tilde{u}_3^-	$\frac{11.47}{4.235}$	$\frac{11.51}{4.304}$	$\frac{11.76}{4.984}$	$\frac{11.79}{5.202}$	$\frac{11.79}{5.212}$
\tilde{u}_3^+	$\frac{8.350}{1.381}$	$\frac{8.308}{1.295}$	$\frac{8.554}{1.993}$	$\frac{8.501}{1.810}$	$\frac{8.502}{1.811}$
$\tilde{\sigma}_{11}^-$	$\frac{-1.021}{-0.389}$	$\frac{-0.985}{-0.482}$	$\frac{-1.058}{-0.548}$	$\frac{-1.061}{-0.553}$	$\frac{-1.060}{-0.558}$
$\tilde{\sigma}_{11}^+$	$\frac{0.613}{0.130}$	$\frac{0.651}{0.104}$	$\frac{0.714}{0.152}$	$\frac{0.716}{0.156}$	$\frac{0.717}{0.154}$
$\tilde{\sigma}_{22}^-$	$\frac{0.925}{0.378}$	$\frac{0.939}{0.412}$	$\frac{0.952}{0.524}$	$\frac{0.952}{0.572}$	$\frac{0.953}{0.574}$
$\tilde{\sigma}_{22}^+$	$\frac{0.853}{0.113}$	$\frac{0.860}{0.116}$	$\frac{0.899}{0.176}$	$\frac{0.894}{0.172}$	$\frac{0.895}{0.168}$

Для випадку жорсткого защемлення торців циліндра (3, d) на рис. 2 цифрами 1, 2, 3 і 4 позначені графіки напруження $\tilde{\sigma}_{11}$ у перетинах $s_1 = 0; 3R_0; 8R_0; 10R_0$ відповідно (штриховими лініями зображені графіки роботи [5]).

На рис. 3 цифрами 1, 2 і 3 позначені графіки напруження $\tilde{\sigma}_{22}$ у перетинах $s_1 = 0; 5R_0; 10R_0$ за різних граничних умов на торцях пружного циліндра: у випадку (3, a) – суцільними, (3, c) – штриховими і (3, d) – штрихпунктирними лініями. Побудовані на рис. 2 і 3 графіки розподілу зведених напружень $\tilde{\sigma}_{ij}$ (7) по товщині ($|\zeta| \leq 1$) товстостінної циліндричної оболонки отримані для значення $h/R = 0.5$.

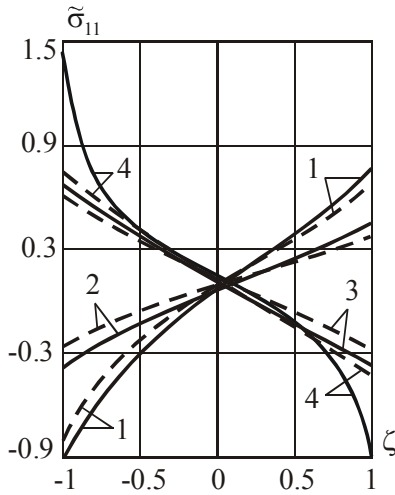


Рис. 2. Графіки напружень $\tilde{\sigma}_{11}$

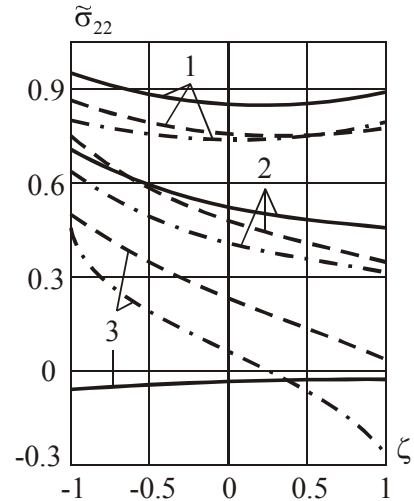


Рис. 3. Графіки напружень $\tilde{\sigma}_{22}$

Користуючись структурами розв'язків (5), розглянемо також класичну задачу про напружено-деформований стан циліндра, що перебуває під дією внутрішнього рівномірного тиску $t_3^- = -q_0$. При виборі різних зсувних моделей для вільних торців (3, a) у чисельнику і для жорсткого защемлення (3, d) у знаменнику табл. 3 представлені результати обчислень значень функціоналів Лагранжа I_L і Рейсснера I_R , а також значень переміщення \tilde{u}_3^- і напруження $\tilde{\sigma}_{22}^-$ на внутрішній поверхні ізотропного ($\nu = 0,3$) циліндра, довжина якого $2a = 20 R_0$ ($R = 10 R_0$), у перетині $s_1 = 0$ при $h/R = 0.2; 1$. У квадратних дужках – результати, наведені у праці [5] для випадку (3, d).

Т а б л и ц я 3

Значення шуканих величин за різних умов на торцях циліндра

$\frac{h}{R}$	Шукана величина	Зсувна модель ($I_1, I_3, I_{ii}, I_{13}, I_{33}$)				
		(2,1,2,1,0)	(2,2,2,2,1)	(4,2,4,2,1)	(4,3,4,3,2)	(7,7,7,7,7)
0.2	I_L/I_R	0.79294	0.99141	0.99142	0.99994	0.99999
		0.59924	0.89154	0.89964	0.98474	0.99417
	\tilde{u}_3^- [49.1]	46.35 53.13	47.93 48.76	47.92 48.76	48.14 48.88	48.15 48.81
1	I_L/I_R	0.30613	0.70481	0.71797	0.94555	0.99999
		0.24134	0.64844	0.83657	0.91938	0.99439
	\tilde{u}_3^-	5.382 5.453	6.779 5.881	6.718 5.804	7.410 6.377	7.748 6.634
$\tilde{\sigma}_{22}^-$	4.818 5.581	4.994 5.056	5.022 5.086	5.048 5.096	5.050 5.069	
	$\tilde{\sigma}_{22}^-$	0.655 0.673	0.851 0.616	1.008 0.743	1.145 0.851	1.250 0.938

Із критичного аналізу результатів табл. 3 випливає, що для циліндрів середньої товщини ($h/R = 0.2$) отримані розв'язки для перемішень \tilde{u}_3 і напружень $\tilde{\sigma}_{22}$ при використанні теорії типу Тимошенко і прикладних теорій [2, 3, 4] практично збігаються. Найбільша різниця не перевищує 5 % за граничних умов (3, а) та відрізняються не більше ніж на 16 % для \tilde{u}_3 і 9 % для $\tilde{\sigma}_{22}$ за умов (3, д). Але відмінність чисельних результатів різко зростає у розрахунках товстостінних пружних циліндрів (при $h/R > 0.2$), для дослідження яких слід використовувати уточнені теорії пружних оболонок вище другого порядку наближення, зокрема зсувну модель прикладної теорії оболонок четвертого наближення [4].

Висновки

У статті виконане багатостороннє дослідження впливу відносної товщини циліндра, різних граничних умов на його торцях і виду навантаження на напружено-деформований стан пружної циліндричної облонки під дією внутрішнього тиску (локального або рівномірно розподіленого). Конкретні результати, отримані авторами, підтверджують можливість ефективного використання запропонованого у праці [1] чисельно-аналітичного RVR-методу для розрахунків оболонок довільної товщини. Засобом аналізу вірогідності результатів може бути програмно реалізований алгоритм інтегрального двоїстого оцінювання розв'язків, що дозволяє автоматизувати пошук такої кількості апроксимацій у шуканих розв'язках, за якої їх процес збіжності набуває стійкого характеру.

Список використаних джерел

1. Сало, В. А. Краевые задачи статики оболочек с отверстиями [Текст] / В. А. Сало. – Харків : НТУ “ХПИ”, 2003. – 216 с.
2. Григоренко, Я. М. Статика анизотропных оболочек с конечной сдвиговой жесткостью [Текст] / Я. М. Григоренко, А. Т. Василенко, Г. П. Голуб. – Київ : Наук. думка, 1987. – 216 с.
3. Пикуль, В. В. Прикладная механика деформируемого твердого тела [Текст] / В. В. Пикуль. – Москва : Наука, 1989. – 221 с.
4. Родионова, В. А. Прикладная теория анизотропных пластин и оболочек [Текст] / В. А. Родионова, Б. Ф. Титаев, К. Ф. Черных. – СПб. : СПу, 1996. – 278 с.
5. Григоренко, Я. М. Исследование на основе сплайн-аппроксимации полей перемещений и напряжений в цилиндрах при различных граничных условиях на торцах [Текст] / Я. М. Григоренко, Н. Н. Крюков // Прикладная механика. – 1997. – Т. 33, № 12. – С. 30–39.

Стаття надійшла до редакції 14.12.2016 р.

УДК 539.3

В. А. Сало, В. Н. Нечипоренко

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНОГО НАГРУЖЕНИЯ

Предлагаемым RVR-методом решена пространственная задача о напряженном состоянии толстостенной цилиндрической оболочки под действием статического нагружения. В методе использованы вариационный принцип Рейсснера, теория R-функций, общие уравнения трехмерной теории упругости, метод И.Н. Векуа и алгоритм двусторонней оценки точности приближенных решений вариационных задач. Эффективность метода показана на числовых примерах.

К л ю ч е в ы е с л о в а: трехмерная теория упругости, вариационный принцип Рейсснера, теория R-функций, цилиндрическая оболочка.

UDC 539.3

V. A. Salo, V. M. Nechiporenko

RESEARCH OF DURABILITY OF THE ELASTIC CYLINDRICAL STRUCTURE AFFECTED BY THE LOCAL LOADING

The spatial problem about the stressed state of thick-walled cylindrical shell affected by the static loading is solved by the suggested RVR-method. Reissner's variational principle, R-functions theory, the common equations of the three-dimensional theory of elasticity, I.N.Vekua's method and algorithm for two-sided estimation of exactitude of approached solutions of the mixed variational problems are used in the method. Efficiency of the method is shown on numerical examples.

Key words: three-dimensional theory of elasticity, Reissner's variational principle, R-functions theory, cylindrical shell.

Сало Валентин Андрійович - доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Нечипоренко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.