

УДК 621.8



В. М. Нечипоренко



В. А. Сало



П. І. Літовченко



Л. П. Іванова

МЕТОД АНАЛІТИЧНОГО ОПИСУ КІНЦЕВОЇ МНОЖИНИ ПРИДАТНИХ ПОСАДОК З НАТЯГОМ В ОБЛАСТІ ІСНУВАННЯ ЇЇ n -ПАРАМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ

У статті розроблений математичний опис n -параметричної моделі області існування посадок з натягом у двовимірній системі координат на прикладі з'єднання з натягом за допомогою методики застосування теорії R -функцій. На базі отриманих залежностей перевірена відповідність аналітичної моделі реальній області існування раціональних посадок при автоматизованому проектуванні бандажних з'єднань.

К л ю ч о в і с л о в а: математичний апарат теорії R -функцій, посадка з натягом, автоматизований розрахунок, n -параметрична модель, питомий тиск, граничний натяг, остаточне проектне рішення.

Постановка проблеми. В умовах ведення бойових дій та підвищеної бойової готовності суттєве значення має технічне забезпечення військ. Якість і ефективність будь-яких технічних виробів, у тому числі військового призначення, залежить не тільки від складу й структури кожної деталі, а й від правильно вибраного технологічного способу складально-монтажних операцій. У цьому сенсі до сучасної бойової техніки висуваються підвищені вимоги, що пов'язано з модернізацією існуючих і створенням нових зразків з урахуванням бойового досвіду в зонах військових конфліктів.

Одним із способів складання технічних виробів, які широко застосовуються у машинобудівній галузі, зокрема у військовій техніці і озброєнні, є фрикційні з'єднання з натягом по гладкій поверхні. Прискорити розрахунок і вибір таких виробів, а також підвищити продуктивність процесу технологічної підготовки виробництва та скоротити терміни їх випуску дозволяє впровадження автоматизованого проектування. Тому проектування фрикційних з'єднань для складальних одиниць і вузлів військового призначення сьогодні є цілком актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Авторами наукових праць [1, 2] за допомогою розроблених програмних засобів для автоматизованого розрахунку посадок з натягом (комп'ютерної програми "Pressing boarding") проаналізовано результати чисельно-аналітичних досліджень отриманих даних. На їх основі здійснено синтез шляхом графоаналітичної побудови у тривимірній системі координат lpN та отримано n -параметричну модель геометричного образу, що є об'ємною областю існування посадок з натягом (ОПЗН).

У подальшому аналізі результатів досліджень моделі, описаної на основі використання математичного апарату теорії R -функцій [3], авторами розглянута задача подальшого удосконалення методики розрахунку і вибору посадок за допомогою згаданих програмних засобів. Спочатку запропоновано аналітичний опис допустимих рішень плоскої моделі pN ОПЗН у зазначеному дискретному перерізі n -параметричної моделі для певного значення l . Як розвиток досліджень, виконаних за допомогою того ж апарату R -функцій, аналітично описано сформовану комп'ютерною програмою Pressing boarding можливу кінцеву множину придатних стандартних посадок з натягом – КМПСПЗН. Вони повинні перетинати кожний такий сукупний набір паралельних плоских моделей pN у перерізах об'ємної моделі ОПЗН, відповідних дискретним значенням l . З множини цих посадок необхідно вибирати раціональне проектне рішення, що знаходиться всередині границь плоскої моделі pN ОПЗН.

Опис такої аналітичної моделі КМПСПЗН показав високу ефективність отриманої авторами методики та її відповідність геометричній плоскій моделі (поки що вона не описана повністю), в якій на наступному етапі слід відшукати раціональне і, нарешті, оптимальне проектне рішення.

Мета статті полягає у подальшій модернізації методики аналітичного опису КМПСПЗН геометричної n -параметричної моделі в області її існування залежно від питомого тиску і натягу у визначеному діапазоні значень робочої довжини. Вказаної мети доцільно спробувати досягти за допомогою використання математичного апарату теорії R -функцій при застосуванні програмних засобів Pressing boarding [1, 2, 4] для автоматизованого розрахунку у процесі проектування пресових фрикційних з'єднань з натягом.

Виклад основного матеріалу. Розв'язування сформульованої задачі на прикладі пресового фрикційного з'єднання зубчастого колеса розглянуто у праці [4]. Як зазначено вище, за допомогою теорії R -функцій авторами розглянуто опис сукупності прямих відрізків (тобто можливої КМПСПЗН), які відповідають кожному допуску ймовірнісного натягу i -ї табличної посадки та обмежені початковою $N_{i\min}$ і кінцевою $N_{i\max}$ точками, що потрапляють у границі ОПЗН між значеннями граничних питомих тисків $[p_{\min}]$ і $[p_{\max}]$ та натягів $[N_{\min}]$ і $[N_{\max}]$.

Також описані прямокутник $ktnq$ (рис. 1) та верхня границя області КМПСПЗН – діагональ mq , яка обмежує відрізки допусків ймовірнісного натягу стандартних посадок і дотикається до їх максимальних значень $N_{i\max}$. На наступному етапі необхідно описати нижню границю мінімальних значень $N_{i\min}$ у вигляді ламаної кривої $DEFGHKL$, а також всю область КМПСПЗН ($ABCDEFGHIJKLMNQST$ на рис. 1 і 2), яку позначимо Ω .

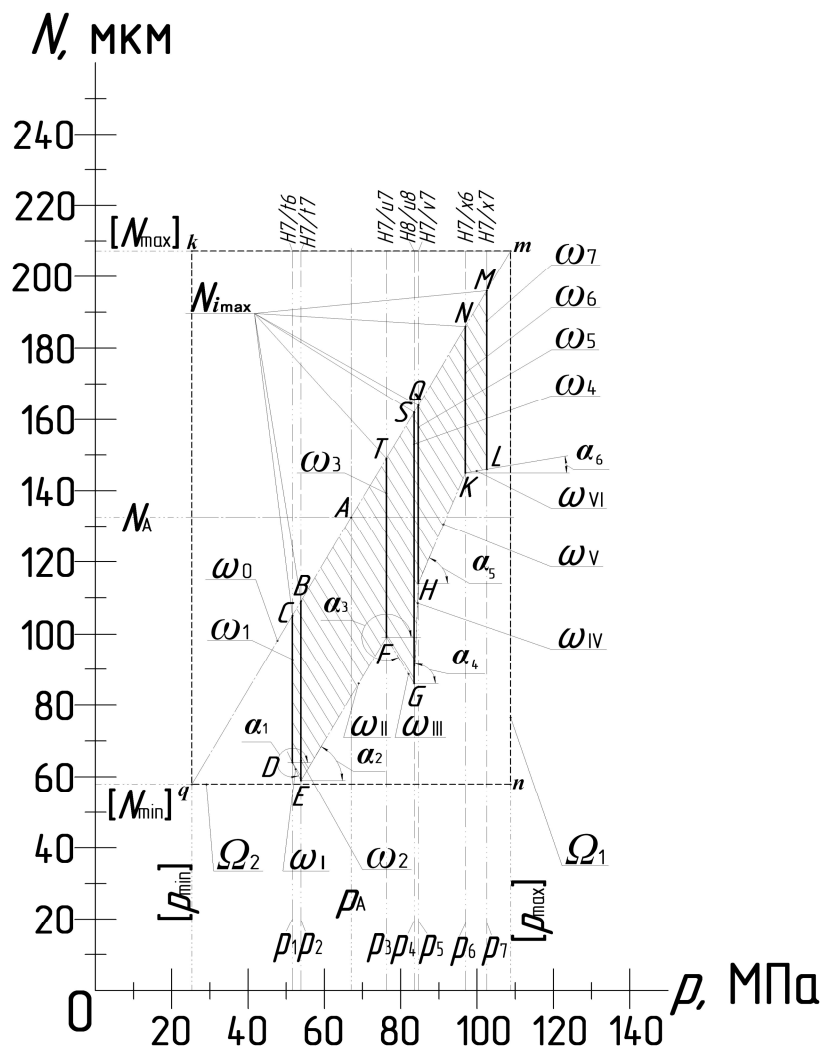


Рис. 1. Область кінцевої множини раціональних придатних стандартних посадок з натягом для залежності натягу від питомого тиску $N = f(p)$ при діаметрі $d = 85$ мм

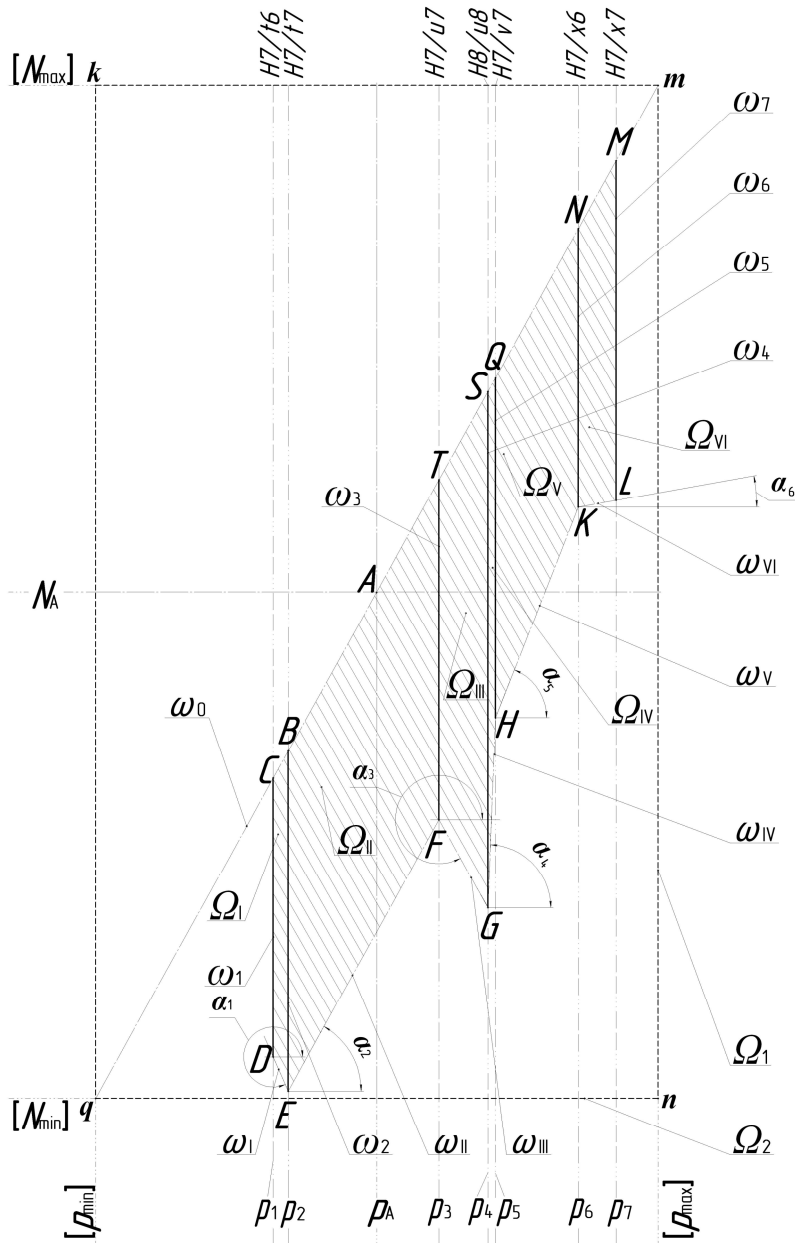


Рис. 2. Вигляд окремих ділянок області Ω між питомими тисками p_i і p_{i+1} сусідніх придатних стандартних посадок

Для математичного опису досліджуваної області Ω розіб'ємо її на окремі ділянки у вигляді чотирикутників – областей $\Omega_I, \Omega_{II}, \Omega_{III}, \Omega_{IV}, \Omega_V, \Omega_{VI}$ (рис. 2). Тоді загальну область Ω на основі властивостей об'єднання множин можна описати у вигляді:

$$\Omega = \Omega_I \vee_0 \Omega_{II} \vee_0 \Omega_{III} \vee_0 \Omega_{IV} \vee_0 \Omega_V \vee_0 \Omega_{VI}, \quad (1)$$

де \vee_0 – символ R -диз'юнкції [3]

$$f \vee_0 g = f + g + \sqrt{f^2 + g^2}; \quad (2)$$

Ω_I – ділянка $CDEB$ області Ω між питомими тисками p_1 і p_2 для стандартних посадок $H7/t6$ і $H7/t7$ відповідно;

Ω_{II} – ділянка $BEFT$ області Ω між питомими тисками p_2 і p_3 для стандартних посадок $H7/t7$ і $H7/u7$ відповідно;

Ω_{III} – ділянка $TFGS$ області Ω між питомими тисками p_3 і p_4 для стандартних посадок $H7/u7$ і $H8/u8$ відповідно;

Ω_{IV} – ділянка $SGHQ$ області Ω між питомими тисками p_4 і p_5 для стандартних посадок $H8/u8$ і $H7/v7$ відповідно;

Ω_V – ділянка $QHKN$ області Ω між питомими тисками p_5 і p_6 для стандартних посадок $H7/v7$ і $H7/x6$ відповідно;

Ω_{VI} – ділянка $NKLM$ області Ω між питомими тисками p_6 і p_7 для стандартних посадок $H7/x6$ і $H7/x7$ відповідно.

Аналітична формула окремої ділянки області Ω_{k_i} між питомими тисками p_i і p_{i+1} сусідніх придатних стандартних посадок визначається на основі властивостей перетину множин:

$$\begin{aligned} \Omega_{k_i} &= \omega_0 \wedge_0 \omega_1 \wedge_0 \omega_{i+1} \wedge_0 \omega_{k_i} = \left(\omega_0 + \omega_1 - \sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2} \right) \wedge_0 \left(\omega_{i+1} + \omega_{k_i} - \sqrt{\omega_{i+1}^2 + \omega_{k_i}^2} \right) = \\ &= \omega_0 + \omega_1 - \sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2} + \omega_{i+1} + \omega_{k_i} - \sqrt{\omega_{i+1}^2 + \omega_{k_i}^2} - \sqrt{\left(\omega_0 + \omega_1 - \sqrt{\omega_0^2 + \omega_1^2} \right)^2 + \left(\omega_{i+1} + \omega_{k_i} - \sqrt{\omega_{i+1}^2 + \omega_{k_i}^2} \right)^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

У формулі (3) \wedge_0 – символ R -кон'юнкції [3]:

$$f \wedge_0 g = f + g - \sqrt{f^2 + g^2}; \quad (4)$$

ω_0 – верхня границя максимальних значень натягів $N_{i\max}$ допуску стандартних посадок (діагональ mq), загальна для Ω , вона має такий аналітичний вигляд [4]:

$$\omega_0 = \left(p - \frac{[p]}{[N]} N + [p] \right); \quad (5)$$

ω_i (аналогічно ω_{i+1}) – аналітична формула i -ї придатної стандартної посадки області КМПСПЗН, яка описана у праці [4]:

$$\omega_i = p - p_i + \left(N - (N_{i\max} + N_{i\min}) \right)^2 - \left(\frac{N_{i\max} - N_{i\min}}{2} \right)^2 + \sqrt{\left(p - p_i \right)^2 + \left(N - (N_{i\max} + N_{i\min}) \right)^2 - \left(\frac{N_{i\max} - N_{i\min}}{2} \right)^2}; \quad (6)$$

ω_{k_i} – нижня границя (відрізки ω_I , ω_{II} , ω_{III} , ω_{IV} , ω_V і ω_{VI}) мінімальних значень натягів від $N_{i\min}$ до $N_{(i+1)\min}$ для відповідних сусідніх допусків стандартних посадок області КМПСПЗН між питомими тисками p_i і p_{i+1} .

Слід зазначити, що функції ω_s визначають рівняння $\omega_s = 0$ елементів Γ_s границі досліджуваної області Ω_s та задовольняють умови [3]:

$$\omega_s > 0 \text{ усередині } \Omega_s; \quad \omega_s = 0 \text{ і } |\text{grad } \omega_s| = 1 \text{ на } \Gamma_s. \quad (7)$$

У загальному вигляді рівняння похилої прямої ω_{k_i} має вигляд:

$$\omega_{k_i} = p_k \cdot p + N_k \cdot N + c_k, \quad (8)$$

де p_k і N_k – точки перетину напрямних відрізків ω_{k_i} з координатними осями p і N відповідно, які нахилені під кутами α_{k_i} до горизонту, тобто $p_k = p_i - p$ є відстань між питомим дійсним тиском p_i i -ї посадки та початком координати p , а $N_k = N_{i\min} - N$ – відстань між мінімальним імовірнісним натягом $N_{i\min}$ тієї ж посадки та початком координати N ;

c_k – стала величина у рівнянні прямої (8).

Залежно від кута нахилу α_{k_i} до горизонту можливі три випадки математичного опису відрізка ω_{k_i} .

1. Для кута нахилу $\alpha_{k_i} \geq 180^\circ$ (α_1 і α_3 відповідно) напрямні відрізків ω_I і ω_{III} перетнуть координатні осі у точках $(0, N_k)$ і $(p_k, 0)$, тобто при $p = 0, N = N_k$ і $p = p_k, N = 0$. Зведемо рівняння (8) до канонічного вигляду:

$$\omega_{k_i} = p + \frac{N_k}{p_k} N + \frac{c_k}{p_k} = p + a_{1k} \cdot N + a_{2k}. \quad (9)$$

При $a_{1k} = \frac{p_k}{N_k} = \text{ctg}(\alpha_{k_i})$, $a_{2k} = -p_k$ рівняння (9) остаточно набуває такого вигляду:

$$\omega_{k_1} = p + \frac{p_k}{N_k} N - p_k = p + \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N - (p_i - p) = 2p + \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N - p_i = 2p + N \cdot \text{ctg}(\alpha_{k_1}) - p_i. \quad (10)$$

2. Для кута нахилу α_{k_2} (α_2 , α_4 і α_5 відповідно) у діапазоні $45^\circ \leq \alpha_{k_2} \leq 90^\circ$ напрямні відрізків ω_{k_2} (ω_{II} , ω_{IV} і ω_V відповідно) перетнуть координатні осі $(0, -N_k)$ і $(p_k, 0)$, тобто при $p = 0$, $N = -N_k$ і $p = p_k$, $N = 0$. Після зведення рівняння прямої (9) до канонічного вигляду отримаємо:

$$\omega_{k_2} = p - \frac{p_k}{N_k} N - p_k = 2p - \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N - p_i = 2p - N \cdot \text{ctg}(\alpha_{k_2}) - p_i. \quad (11)$$

3. Для кута нахилу α_{k_3} (α_6) $\leq 45^\circ$ напрямна відрізка ω_{k_3} (ω_{VI}) перетне точки $(0, N_k)$ і $(-p_k, 0)$, тобто при $p = 0$, $N = N_k$ і $p = -p_k$, $N = 0$. Канонічний вигляд рівняння прямої ω_{k_3} має такий вигляд:

$$\omega_{k_3} = p - \frac{p_k}{N_k} N + p_k = p_i - \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N = p_i - N \cdot \text{ctg}(\alpha_{k_3}). \quad (12)$$

Тоді окремі ділянки Ω_{k_i} досліджуваної області Ω між питомими тисками p_i і p_{i+1} сусідніх придатних стандартних посадок, які зазначені у рівнянні (3), набувають, залежно від кута нахилу α_{k_i} , такого вигляду:

$$\begin{aligned} \Omega_{k_1} &= \left(p - \frac{[p]}{[N]} N + [p] \right) \wedge_0 \omega_i \wedge_0 \omega_{i+1} \wedge_0 \left(2p + \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N - p_i \right); \\ \Omega_{k_2} &= \left(p - \frac{[p]}{[N]} N + [p] \right) \wedge_0 \omega_i \wedge_0 \omega_{i+1} \wedge_0 \left(2p - \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N - p_i \right); \\ \Omega_{k_3} &= \left(p - \frac{[p]}{[N]} N + [p] \right) \wedge_0 \omega_i \wedge_0 \omega_{i+1} \wedge_0 \left(p_i - \frac{p_i - p}{N_{i\min} - N} N \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Згідно з працею [4] $[p] = \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{2}$; $[N] = \frac{[N_{\max}] - [N_{\min}]}{2}$. Щодо аналітичного виразу

формули (1), то його необхідно використати на останньому етапі отримання остаточного математичного рівняння, що повністю характеризує геометрію всієї досліджуваної області Ω (рис. 1 і 2) кінцевої множини раціональних придатних стандартних посадок.

Висновки

У статті розроблено алгоритм математичного опису кінцевої множини стандартних посадок з натягом в області її існування із застосуванням теорії R -функцій. Результати даного дослідження дозволяють прогнозувати створення ефективного алгоритму n -параметричного аналітичного моделювання області існування посадок з натягом та модернізації на цій основі програми Pressing boarding.

Список використаних джерел

1. Новий науково обґрунтований метод автоматизованого проектування посадок з натягом [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Х. : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 1. – С. 74–79.
2. Універсальний алгоритм вибору посадки з натягом на основі нового методу автоматизованого розрахунку її раціональних параметрів [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Х. : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 2. – С. 72–75.

3. Рвачев, В. Л. Геометрические приложения алгебры логики [Текст] / В. Л. Рвачев. – К. : Техника, 1967. – 212 с.

4. Використання теорії R -функцій для створення раціональних посадок з натягом [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало та ін. // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Х. : НА НГУ, 2016. – Вип. 2. – С. 72–76.

Стаття надійшла до редакції 13.03.2017 р.

УДК 621.8

В. Н. Нечипоренко, В. А. Сало, П. И. Литовченко, Л. П. Иванова

МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА ПРИГОДНЫХ ПОСАДОК С НАТЯГОМ В ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЕЕ n -ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В статье разработано математическое описание n -параметрической модели области существования посадок с натягом в двухмерной системе координат на примере соединения с натягом с помощью методики применения теории R -функций. На базе полученных зависимостей проверено соответствие аналитической модели реальной области существования рациональных посадок при автоматизированном проектировании бандажных соединений.

Ключевые слова: математический аппарат теории R -функций, посадка с натягом, автоматизированный расчет, n -параметрическая модель, удельное давление, предельный натяг, окончательное проектное решение.

UDC 621.8

V. M. Nechiporenko, V. A. Salo, P. I. Litovchenko, L. P. Ivanova

METHOD OF THE ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE FINAL LOT OF SUITABLE OF INTERFERENCE FIT IN THE AREA OF EXISTENCE OF ITS n -PARAMETRIC MODEL

Mathematical description of the n -parametric model of the area of existence of interference fit in a two-dimensional coordinate system is developed in the paper using the example of a compound with interference using the technique of applying the theory of R -functions. On the basis of obtained dependencies, has been verified the correspondence of the analytical model of the real area of existence of rational fits to the automated design of bandage compounds.

Keywords: mathematical apparatus of the theory of R -functions, an interference fit, automated calculations, n -parametric model, specific pressure, limited interference, the final design solution.

Нечипоренко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Сало Валентин Андрійович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Літовченко Петро Іванович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Іванова Лариса Петрівна – старший викладач кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.