

УДК 621.8

В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Літовченко, Б. В. Ковбаска, Д. О. Верхорубов

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ R -ФУНКЦІЙ ДЛЯ СТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ПОСАДОК З НАТЯГОМ

Пропонується методика використання математичного апарату R -функцій для аналітичного опису n -параметричного комплексу моделей області існування посадок з натягом. Розглянуто застосування методики на прикладі бандажного з'єднання вінця зубчастого колеса з маточиною. Аналітично-розрахунковими дослідженнями підтверджується ефективність методики для вибору оптимального проектного рішення з кінцевої множини допустимих при автоматизованому проектуванні бандажних з'єднань.

Ключові слова: математичний апарат R -функцій, бандажне з'єднання, посадка з натягом, автоматизований розрахунок, n -параметричний комплекс моделей, питомий тиск, граничний натяг, оптимальне проектне рішення.

Постановка проблеми. В умовах необхідності постійного удосконалення існуючих і створення нових зразків військової техніки та озброєння стрімко зростають вимоги до їх бойової ефективності, надійності, довговічності, виживаності та економічності.

Посадки з натягом, в тому числі бандажні з'єднання елементів зубчастих (черв'ячних) передач, широко застосовуються у трансмісії і ходовій частині військової техніки. Такі з'єднання відрізняються простотою конструкції, низькою собівартістю, але їхня міцність та надійність залежать від параметра, який за своєю природою є випадковою величиною – від натягу. Тому задачею проектування з'єднань з натягом є не тільки їхній розрахунок, в результаті якого, як правило, визначаються декілька посадок, що відповідають вихідним даним та експлуатаційним вимогам, а й вибір найбільш раціональної з них як оптимального проектного рішення. Вказана задача являє собою побудову n -параметричної просторової моделі області існування посадок для заданих умов і знаходження раціонального проектного рішення шляхом завдання січних площин при фіксованих значеннях параметрів. У попередніх працях авторів [2, 3] така задача була вирішена графоаналітичним методом. При цьому використовувалася програма автоматизованого розрахунку Pressing Boarding, за допомогою якої виконувалися автоматизовані розрахунки кінцевої множини придатних посадок, потім будувалася геометрична модель області існування посадок і на основі її візуального аналізу здійснювався вибір раціонального проектного рішення. За такого підходу виключається можливість повної автоматизації вибору раціонального проектного рішення.

Зважаючи на сказане, рішення проблеми аналітичного опису n -вимірних геометричних моделей області існування посадок з натягом за допомогою апарату R -функцій можна вважати актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У попередніх працях [2, 3] авторами вирішена задача автоматизованого розрахунку посадки з натягом для безшпонкового з'єднання по циліндричній поверхні за умов термічного складання бандажа вінця зубчастого колеса з маточиною при дискретних значеннях n -параметричного комплексу. У результаті розрахунку для вибору раціонального проектного рішення у двомірному та тримірному вимірах побудовано параметричні моделі. Побудова моделей виконувалася на основі дослідження чисельно-аналітичних (статистичних) результатів розрахунку.

Проведені розрахунки і дослідження дозволили визначити геометричну форму n -параметричного комплексу моделей параметрів посадки, поверхні яких обмежують множину проектних рішень, серед яких слід вести пошук раціонального рішення – вибирати табличні (стандартні) посадки з кінцевої множини допустимих, що відповідають заданим умовам і допустимим критеріям. Разом з тим вибір раціонального проектного рішення є достатньо складною задачею, яка може бути ефективно вирішена тільки аналітичним шляхом, без побудови реальних геометричних моделей. Крім того, аналітичний опис рішення задачі легко реалізується у комп'ютерних програмах, що дозволяє повністю автоматизувати проектування з'єднань. На думку авторів, найбільш ефективним для рішення розглянутої задачі є математичний апарат R -функцій, який добре зарекомендував себе у рішеннях аналогічних задач [1].

Метою статті є розроблення ефективної методики опису моделей області існування табличних посадок, що задовольняють умови створення бандажного з'єднання. Кінцева множина вказаних посадок, які можуть розглядатися як можливі проектні рішення, одержана шляхом автоматизованого розрахунку та аналізу результатів чисельно-статистичних досліджень. Для розрахунку й аналізу його результатів використовувалася розроблена і модернізована авторами комп'ютерна програма Pressing boarding [2, 3].

Виклад основного матеріалу. Головною задачею було виконання аналітичного опису n -параметричного комплексу параметрів натягу за допомогою математичного апарату R-функцій – функцій алгебри логіки [1]. На початковому етапі змінювались два параметри n -параметричної моделі в будь-якому поперечному перерізі у координатній площині pN , де аргументом є питомий тиск p для функції натягу $N = f(p)$ [2, 3]. Розв’язування сформульованої задачі розглядалося на прикладі бандажного з’єднання зубчастого колеса за таких даних (дискретних значеннях): осьова навантажувальна сила $F_a = 1500$ Н; навантажувальний обертальний момент $T = 2000$ Н·м; діаметр внутрішньої поверхні охоплюваної деталі $d_1 = 50$ мм; умовний зовнішній діаметр охоплюючої деталі $d_2 = 130$ мм; матеріал охоплюваної деталі – Сталь 45Х; матеріал охоплюючої деталі – Сталь 50. Діаметр посадки $d = 85$ мм, розрахункове значення довжини, що рекомендується комп’ютерною програмою Pressing boarding, $l = 90$ мм.

Для розв’язування задачі записували рівняння прямокутника $kmnq$ з центром у точці А для діаметра $d = 85$ мм і робочої довжини $l = 90$ мм (рис.):

$$\Omega_{12} = \Omega_1 \wedge_0 \Omega_2 = \left[a^2 - (x - x_A)^2 \right] \wedge_0 \left[b^2 - (y - y_A)^2 \right], \quad (1)$$

де Ω_{12} – загальна область допустимих значень посадок;

$\Omega_1 = \left[a^2 - (x - x_A)^2 \geq 0 \right]$ – область допустимих значень посадок у вигляді вертикальної смуги;

$\Omega_2 = \left[b^2 - (y - y_A)^2 \geq 0 \right]$ – область допустимих значень посадок у вигляді горизонтальної смуги;

\wedge_0 – знак кон’юнкції, що означає перетин областей (множин) Ω_1 і Ω_2 ;

a і b – границі допустимих значень відповідно за координатами x і y ;

(x_A, y_A) – координати центра симетрії прямокутника $kmnq$.

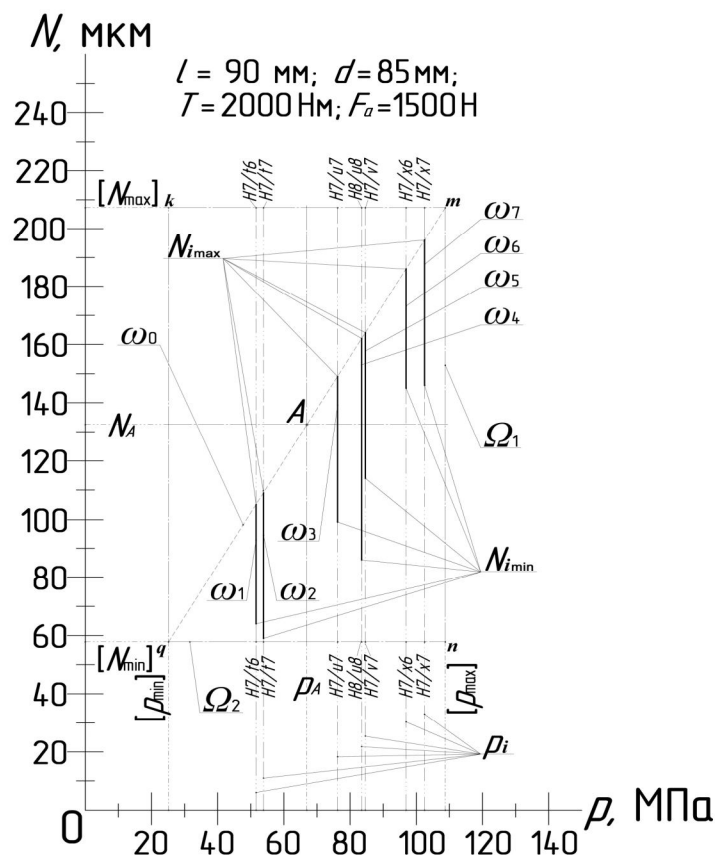


Рис. Результати дослідження залежності натягу від питомого тиску $N = f(p)$ для діаметра $d = 85$ мм і робочої довжини $l = 90$ мм

На основі властивостей R -функцій отримаємо

$$\Omega_{12} = \Omega_1 + \Omega_2 - \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} = a^2 - (x - x_A)^2 + b^2 - (y - y_A)^2 - \sqrt{[a^2 - (x - x_A)^2]^2 + [b^2 - (y - y_A)^2]^2}. \quad (2)$$

Границя (контур) такої області

$$\Gamma = a^2 - (x - x_A)^2 + b^2 - (y - y_A)^2 - \sqrt{[a^2 - (x - x_A)^2]^2 + [b^2 - (y - y_A)^2]^2} = 0. \quad (3)$$

Важливою особливістю виразу (2) є те, що у випадку $\Omega_{12} < 0$ значення посадок за межами такої області не відповідають умовам придатності розрахунку. При цьому:

$a = [p_{\min}]$ – мінімальний допустимий питомий тиск, МПа;

$b = [N_{\min}]$ – мінімальний допустимий натяг, мкм;

$a' = [p_{\max}]$ – максимальний допустимий питомий тиск, МПа;

$b' = [N_{\max}]$ – максимальний допустимий натяг, мкм.

$|a| = [p] = \frac{[p_{\max}] - [p_{\min}]}{2}$ – половина діапазону допустимого питомого тиску відносно точки A ;

$|b| = [N] = \frac{[N_{\max}] - [N_{\min}]}{2}$ – половина діапазону допустимого натягу відносно точки A ;

$x_A = p_A$; $y_A = N_A$ – дійсні координати центра симетрії (точки A) допустимих значень діапазонів питомого тиску і натягу.

При переведенні у дійсні значення область допустимих натягів і питомих тисків набирає такого вигляду:

$$\Omega_{12} = [p]^2 - (p - p_A)^2 + [N]^2 - (N - N_A)^2 - \sqrt{[p]^2 - (p - p_A)^2]^2 + [N]^2 - (N - N_A)^2]^2}. \quad (4)$$

Зауважимо, що у трикутнику kmq , який є половиною прямокутника $ktnq$ (див. рис.), над діагоналлю mq табличних посадок не існує, тому діапазони цих придатних посадок знаходяться під діагоналлю прямокутника, тобто у трикутнику mnq . З цієї причини всі раціональні рішення необхідно обмежити ще однією областю ω_0 – діагоналлю mq . У цьому випадку

$$\omega_0 = ax + by + c, \quad (5)$$

тоді пряма ω_0 перетне координатні осі у точках $(0, b)$ (тобто $x=0, y=b$) та $(-a, 0)$ (тобто $x=-a, y=0$). Зведемо рівняння (5) до канонічного вигляду:

$$\omega_0 = x + \frac{b}{a}y + \frac{c}{a} = x + a_1y + a_2, \quad (6)$$

де $\frac{b}{a} = a_1$; $\frac{c}{a} = a_2$.

На перетині координатних осей, відповідно до рівняння (6), отримаємо систему рівнянь

$$a_1b + a = 0; \quad -a + a_2 = 0, \quad (7)$$

звідки $a_1 = -\frac{a}{b} = -\text{ctg}\alpha$, $a_2 = a$.

Остаточну рівняння (6) набирає такого вигляду:

$$\omega_0 = x - \frac{a}{b}y + a = x - \text{ctg}(\alpha) \cdot y + a. \quad (8)$$

При переведенні у дійсні координати

$$\omega_0 = p - \frac{[p]}{[N]}N + [p]. \quad (9)$$

Таким чином, область раціональних рішень Ω обмежена областями $\Omega_1, \Omega_2, \omega_0$ у трикутнику mnq :

$$\Omega = (\Omega_1 \wedge \Omega_2) \wedge \omega_0 = \left\{ [p]^2 - (p - p_A)^2 \wedge [N]^2 - (N - N_A)^2 \right\} \wedge \left(p - \frac{[p]}{[N]}N + [p] \right). \quad (10)$$

Всередину цієї області мають потрапити позитивні рішення у вигляді стандартних посадок, яких може бути максимум до 15-ти, мінімум – жодної. Наведемо для нашого прикладу стандартні придатні посадки, що потрапляють в область допустимих значень, з дійсними питомими тисками й допуском імовірнісних натягів, які отримані при обробленні результатів [2, 3] (див. рис.):

$$H7/t6 - \omega_1 = (N_{\min 1} \dots N_{\max 1}) = (64 \dots 105)_{\text{МКМ}}, p_{д1} = p_{\text{дmin}} = 51,577 \text{ МПа};$$

$$H7/t7 - \omega_2 = (N_{\min 2} \dots N_{\max 2}) = (59 \dots 109)_{\text{МКМ}}, p_{д2} = 53,815 \text{ МПа};$$

$$H7/u7 - \omega_3 = (N_{\min 3} \dots N_{\max 3}) = (99 \dots 149)_{\text{МКМ}}, p_{д3} = 76,191 \text{ МПа};$$

$$H8/u8 - \omega_4 = (N_{\min 4} \dots N_{\max 4}) = (86 \dots 162)_{\text{МКМ}}, p_{д4} = 83,464 \text{ МПа};$$

$$H7/v7 - \omega_5 = (N_{\min 5} \dots N_{\max 5}) = (114 \dots 164)_{\text{МКМ}}, p_{д5} = 84,583 \text{ МПа};$$

$$H7/x6 - \omega_6 = (N_{\min 6} \dots N_{\max 6}) = (145 \dots 186)_{\text{МКМ}}, p_{д6} = 96,890 \text{ МПа};$$

$$H7/x7 - \omega_7 = (N_{\min 7} \dots N_{\max 7}) = (146 \dots 196)_{\text{МКМ}}, p_{д7} = p_{\text{дmax}} = 102,484 \text{ МПа}.$$

За допомогою R-функцій запишемо в загальному вигляді аналітичне рівняння всієї сукупності придатних стандартних посадок (на рисунку – у вигляді ортогональних прямих відрізків) для розглянутих значень діаметра і довжини:

$$\omega = \omega_i \vee_0 \omega_{i+1} \vee_0 \dots \vee_0 \omega_n = \omega_1 \vee_0 \omega_2 \vee_0 \omega_3 \vee_0 \omega_4 \vee_0 \omega_5 \vee_0 \omega_6 \vee_0 \omega_7, \quad (11)$$

де \vee_0 – знак диз'юнкції, що означає об'єднання множин; ω_i – аналітична формула i -ї придатної табличної посадки.

Згідно з теорією R-функцій ω_i визначається так:

$$\omega_i = \omega_{i_p} \vee_0 \omega_{i_N} = \omega_{i_p} + \omega_{i_N} + \sqrt{\omega_{i_p}^2 + \omega_{i_N}^2}, \quad (12)$$

де ω_{i_p} – вертикальна нескінченна пряма, властива для дійсного тиску i -ї табличної посадки, ортогональна до координатної осі p .

Визначається ω_{i_p} за такою формулою:

$$\omega_{i_p} = p - p_i, \quad (13)$$

де p_i – величина дійсного (фактичного) тиску i -ї табличної посадки; p – змінна величина, аргумент функції координатної осі p ; ω_{i_N} – відрізок, що відповідає допуску ймовірнісного натягу i -ї табличної посадки, розташований уздовж вертикальної нескінченної прямої ω_{i_p} та обмежений початковою і кінцевою точками.

Визначається ω_{i_N} так:

$$\omega_{i_N} = (N - N_{c_i})^2 - |N_i|^2, \quad (14)$$

де $|N_i| = \frac{N_{i\max} - N_{i\min}}{2}$ – половина допуску (діапазону) ймовірнісного натягу i -ї табличної посадки;

$N_{c_i} = N_{i\max} - |N_i| = |N_i| + N_{i\min} = N_{i\max} + N_{i\min}$ – середнє значення (середня точка відрізка ω_{i_N}) допуску (діапазону) ймовірнісного натягу i -ї табличної посадки; N – змінна величина, аргумент функції координатної осі N .

Після підстановки значень у формулу (14) отримаємо:

$$\begin{aligned} \omega_{i_N} &= [N - (N_{i\max} + N_{i\min})]^2 - \left(\frac{N_{i\max} - N_{i\min}}{2}\right)^2 = \\ &= 4N^2 + 3N_{i\max}^2 + 3N_{i\min}^2 - 8N(N_{i\max} + N_{i\min}) + 10N_{i\min} \cdot N_{i\max}. \end{aligned} \quad (15)$$

Остаточно формула (12) набирає такого вигляду:

$$\begin{aligned} \omega_i &= p - p_i + 4N^2 + 3N_{i\max}^2 + 3N_{i\min}^2 - 8N(N_{i\max} + N_{i\min}) + 10N_{i\min} \cdot N_{i\max} + \\ &+ \sqrt{(p - p_i)^2 + (4N^2 + 3N_{i\max}^2 + 3N_{i\min}^2 - 8N(N_{i\max} + N_{i\min}) + 10N_{i\min} \cdot N_{i\max})^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Висновки

Виконано математичний опис області існування сукупності табличних посадок з натягом, що відповідають заданим умовам і допустимим критеріям придатності, із застосуванням ефективного аналітичного апарату теорії R-функцій. Результати даного дослідження дозволяють прогнозувати створення ефективного алгоритму n-параметричного аналітичного моделювання області існування посадок з натягом та можливість модернізації на цій основі програми Pressing boarding.

Перспективною уявляється також задача пошуку критерію оптимальності при виборі остаточного проектного рішення, який базується на аналітичному описі математичної моделі задачі за допомогою апарату R -функцій.

Список використаних джерел

1. Метод R -функцій в задачах об изгибе и колебаниях сложной формы [Текст] / Р. В. Рвачов, Л. В. Крупа, Н. Г. Склепус, Л. А. Учишвили. – Х. : Наукова думка, 1973. – 124 с.
2. Новий науково обґрунтований метод автоматизованого проектування посадок з натягом [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Х. : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 1. – С. 74–79.
3. Універсальний алгоритм вибору посадки з натягом на основі нового методу автоматизованого розрахунку її раціональних параметрів [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Х. : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 2. – С. 72–75.

Стаття надійшла до редакції 21.11.2016 р.

УДК 621.8

В. Н. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Литовченко, Б. В. Ковбаска, Д. А. Верхорубов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕОРИИ R -ФУНКЦИЙ ДЛЯ СОЗДАНИЯ РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОСАДОК С НАТЯГОМ

Предлагается методика использования математического аппарата R -функций для аналитического описания n -параметрического комплекса моделей области существования посадок с натягом. Рассмотрено применение методики на примере бандажного соединения венца зубчатого колеса со ступицей. Аналитическими расчетными исследованиями подтверждается эффективность методики для выбора окончательного проектного решения из конечного множества допустимых при автоматизированном проектировании бандажных соединений.

Ключевые слова: математический аппарат R -функций, бандажное соединение, посадка с натягом, автоматизированный расчет, n -параметрический комплекс моделей, удельное давление, предельный натяг, окончательное проектное решение.

UDC 621.8

V. M. Nechyporenko, V. A. Salo, P. I. Litovchenko, B. V. Kovbaska, D. O. Verkhорubov

USING OF THE THEORY OF R -FUNCTIONS FOR PRODUCING A RATIONAL INTERFERENCE FIT

The technique of using the mathematical apparatus of R -functions for the analytical description of n -parametric complex of models of area of existence interference fit. Considering the application of methods on the example of the bandage compound of crown of gear-wheel with the hub. Analytically-calculation study confirmed the effectiveness of procedures for the selection of the final design solution of a finite set of feasible at the automated designing bandage compounds.

Keywords: mathematical apparatus of R -functions, bandage compound, an interference fit, automated calculation, n -parametric complex of models, unit pressure, limiting interference, the final design solution.

Нечипоренко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Сало Валентин Андрійович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Літовченко Петро Іванович – кандидат технічних наук, доцент, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

Ковбаска Богдан Володимирович – курсант Національної академії Національної гвардії України.

Верхорубов Дмитро Олександрович – курсант Національної академії Національної гвардії України.