

УДК 621.8

В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало, Л. П. Іванова

## ПОБУДОВА $n$ -ПАРАМЕТРИЧНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РАЦІОНАЛЬНОЇ ПОСАДКИ З НАТЯГОМ ПРИ ЇЇ АВТОМАТИЗОВАНОМУ ПРОЕКТУВАННІ ДЛЯ БАНДАЖНИХ З'ЄДНАНЬ

*Пропонуються результати подальших досліджень авторів у напрямку удосконалення методики раціонального вибору остаточного проектного рішення при розрахунку типового бандажного з'єднання з натягом на основі автоматизованої побудови його  $n$ -параметричної моделі, що визначає область існування посадки.*

*К л ю ч о в і с л о в а: посадка з натягом, бандажне з'єднання, автоматизований розрахунок,  $n$ -параметрична область існування, діапазон значень діаметрів, мінімальний граничний натяг, максимальний граничний натяг, січна поверхня.*

**Постановка проблеми.** Авторами даної статті проводиться цикл досліджень, спрямований на розроблення і впровадження комплексної методики автоматизованого проектування посадок з натягом для різноманітних з'єднань машинобудівних деталей [1, 2, 3]. У підсумку досліджень передбачається отримати комплекс програмно-методичних засобів для проектування таких посадок. Комплекс може бути інтегрований у будь-яку систему автоматизованого проектування машинобудівного призначення, наприклад, у систему автоматизованих інженерних розрахунків (CAE), систему автоматизованого проектування (CAD) та систему розроблення управляючих програм для верстатів з ЧПУ і промислових роботів (CAM).

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На початковому етапі [3] авторами було створено базову методику проектування посадок з натягом, яка дозволяє врахувати всю сукупність основних міцнісних, технологічних, експлуатаційних та інших факторів при виборі остаточного проектного рішення. Методика базувалася на побудові двопараметричної моделі посадки з натягом у плоскій системі координат  $p, N$ , де  $p$  – питомий тиск на робочі поверхні деталей посадки, а  $N$  – величина натягу в ній. Для реалізації вказаної методики була створена програма автоматизованого розрахунку і вибору раціональних посадок з натягом.

На наступному етапі [1, 2] авторами встановлено, що, збільшуючи кількість параметрів базової математичної моделі, можна досягти більш точних результатів вибору раціонального проектного рішення. Було запропоновано трипараметричну модель посадки, причому як додатковий варіюваний параметр пропонувалось застосувати робочу довжину  $l$  посадки.

На цьому етапі автори розв'язували задачу автоматизованого розрахунку посадки з натягом для з'єднання бандажа зубчастого вінця з основою маточини циліндричного колеса при термічному складанні у трипараметричній області існування придатних посадок у разі заданого (фіксованого) значення діаметра з'єднання. За таких умов у системі координат  $lpN$  отримано об'ємну тривимірну модель області існування придатних посадок з натягом у вигляді криволінійної піраміди з одним ортогональним до координатної площини  $pN$  ребром і вершиною в точці  $O$  з параметрами  $l_{кр}$  і  $N = 0$ , де  $l_{кр}$  – критична робоча довжина посадки, за якої виконуються умови міцності найбільш слабкої деталі.

Така модель дозволяє вибрати  $k$ -ту ( $k=1, 2, 3, \dots, m$ , де  $m$  – загальна кількість придатних посадок, виданих комп'ютером у результаті автоматизованого розрахунку) табличну посадку серед кінцевої множини придатних за методом повної (а в окремих випадках і неповної) взаємозамінності. Тривимірна модель дає можливість визначити відповідну довжину з'єднання (за умови, що  $l/d \leq 1$ ) для певної пари дискретних значень  $p_d, N_d$ , якщо дійсний натяг  $N_d$  близький до середнього ймовірнісного  $N_d \rightarrow N_c$ , а дійсний питомий тиск близький до середнього  $p_d \rightarrow p_c$ .

Недоліком отриманої моделі, на думку авторів, є неможливість визначення раціонального значення робочого діаметра з'єднання, що є доволі важливим фактором створення ефективного бандажного з'єднання.

**Мета дослідження** полягає у побудові і застосуванні n-параметричної моделі області існування посадки з натягом шляхом додавання як варіюваного параметра робочого діаметра посадки та вдосконалення на цій основі методики автоматизованого розрахунку і вибору раціональних параметрів посадок у процесі створення бандажних з'єднань.

**Виклад основного матеріалу.** У випадку тривіального підходу до призначення робочого діаметра посадки бандажного з'єднання, його значення попередньо приймають, використовуючи умову:

$$d = \frac{d_2 - d_1}{2}, \quad (1)$$

де  $d_1$  і  $d_2$  – відповідно діаметр отвору охоплюваної (маточина) і діаметр зовнішньої охоплюючої (западни зубів бандажу) деталей, мм.

Такий підхід не дозволяє оцінити правильність призначення робочого діаметра з точки зору раціональності параметрів з'єднання (найбільшій його міцності та довговічності у заданих умовах експлуатації).

Дослідимо правомірність використання умови (1) для бандажного з'єднання зубчастого вінця і основи маточини циліндричного колеса.

Традиційну методику розрахунку посадок з натягом на основі дво- і трипараметричної математичної моделі було застосовано для розв'язування подібної задачі. Методика реалізована за допомогою модернізованої програми Posadka [1, 2]. Для зручності порівняння результатів початкові дані приймаємо такими ж, як і в попередніх дослідженнях, а діаметр посадки  $d$ , значенням якого будемо варіювати, задамо у діапазоні  $d_1 \dots d_2$ . Інші дані: осьова навантажуюча сила  $F_a = 2000$  Н; навантажуючий обертальний момент  $T = 1500$  Н·м; діаметр внутрішньої поверхні охоплюваної деталі  $d_1 = 50$  мм; умовний зовнішній діаметр охоплюючої деталі (западни зубів бандажу)  $d_2 = 130$  мм; матеріал охоплюваної деталі – сталь 45X; матеріал охоплюючої деталі – сталь 50.

Для визначення коефіцієнтів жорсткості для охоплюваної  $C_1$  і охоплюючої  $C_2$  деталей недопустимими є співвідношення  $d = d_1$  або  $d = d_2$ . Тому для забезпечення жорсткості деталей рекомендується приймати товщину бандажу та товщину маточини не менш 8... 10 мм (інколи до 15 мм, залежно від діаметра, кількості зубів або модуля). Використовуючи ці міркування, уточнюємо границі діапазону змінювання значень робочого діаметра посадки:

$$d_1 + (15 \dots 20) \leq d \leq d_2 - (15 \dots 20). \quad (2)$$

Розрахунково-аналітичні дослідження проводимо для сукупності обмежених значень: вектора довжин  $l_i = \{50, 60, 67, 75, 90, 100, 125\}$  мм та вектора діаметрів  $d_j = \{65, 75, 85, 95, 105, 115\}$  мм, що відповідає умові (2). В результаті розрахунку слід визначити, за яких значень  $l_i$  і  $d_j$  найбільш прийнятним буде значення натягу, що є функцією  $N = f(l, d)$ , а вірніше – діапазон значень  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$ , в якому слід шукати  $k$ -ту табличну посадку, що найбільш точно відповідає області існування придатних посадок.

Як було згадано вище, тривимірна модель області існування придатних посадок, побудована у попередніх працях, використовувалася, в основному, для визначення найбільш раціонального значення довжини (для конкретного дискретного значення діаметра з'єднання) та призначення найбільш ефективної табличної посадки.

Користуючись результатами розрахунково-аналітичних досліджень, проведених у даній статті, отримаємо обмежену тривимірну модель для визначення найбільш раціональних значень довжини і діаметра з'єднання як аргументів функції  $N = f(l, d)$ . На основі такої моделі отримаємо можливість призначити найбільш ефективну табличну посадку (див. рис. 1).

Алгоритм побудови тривимірної моделі обмеженої форми в координатних осях  $d \parallel N$  представляємо таким чином (див. рис. 1, 2).

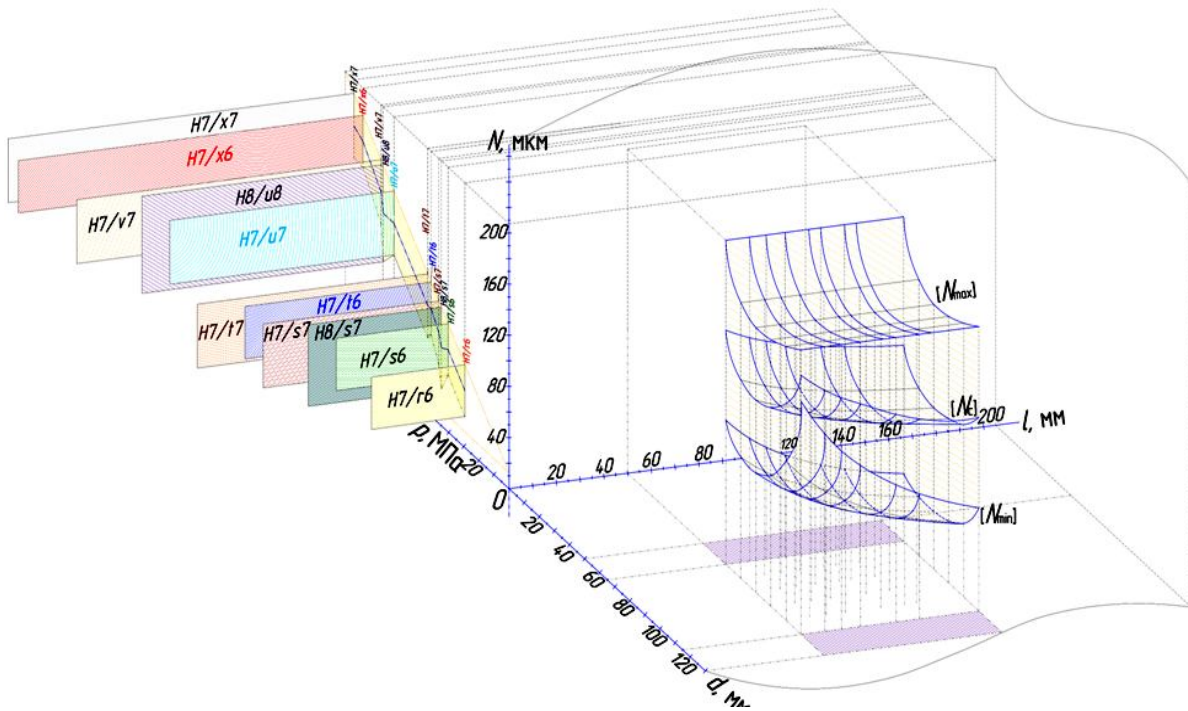


Рис. 1. Комплексні результати дослідження бандажного з'єднання у вигляді об'ємної моделі для дискретних значень діаметра і довжини

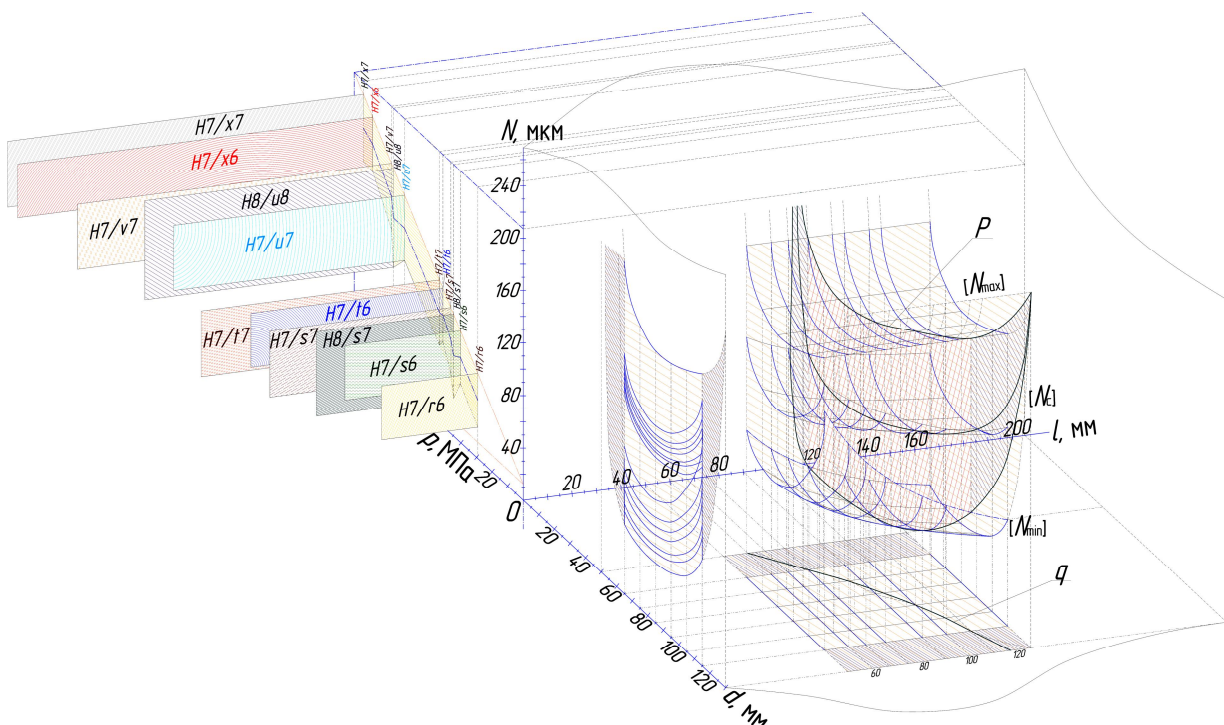


Рис. 2. Розташування січної поверхні та її проекція в об'ємній моделі для визначення довжини при дискретних значеннях діаметра

1. Для кожного дискретного значення  $l_i$ , за умови заданого сукупного діапазону дискретних значень  $d_1, d_2, \dots, d_j$ , створюється площина, паралельна координатній площині  $dN$ , в якій розташована відповідна криволінійна фігура, котра обмежена зверху і знизу дужкоподібними кривими, що замикаються в точках, які відповідають крайнім значенням діапазону діаметрів  $d_1$  і  $d_2$ ,

та в яких збігаються допустимі максимальні, середні і мінімальні значення натягів  $[N_{\min}] = [N_c] = [N_{\max}]$ .

2. Для кожного з дискретних значень  $l_1, l_2, \dots, l_i$  отримується послідовність криволінійних дужкоподібних фігур, площа кожної з яких монотонно збільшується. За такою плоскою фігурою (див. рис. 2) в координатній площині  $dN$  можна визначити дискретне значення діаметра  $d_j$ , за якого буде отримано відповідний діапазон допустимих значень натягів  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$ . Отримана  $i$ -та плоска форма після оцінювання і аналізу дає змогу дійти висновку про те, що при значенні  $d_i$ , близькому до середнього відповідно із залежністю (1), розмір діапазону  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$  буде найбільшим, але самі значення  $[N_{\min}]$  і  $[N_{\max}]$  будуть найменшими, порівняно з іншими дискретними значеннями  $[N_{\min}]$  і  $[N_{\max}]$  для деякого  $d_j$ . Таким чином, при переміщенні від середини діапазону діаметрів умови (2) до крайніх значень  $d_1$  або  $d_2$  розмір діапазону  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$  поступово зменшується. Доцільніше значення  $d_i$  вибирати в діапазоні  $[d_1 + (15 \dots 20)] \dots d_{\text{сеп}}$ , тому що розмір діапазону  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$  більший, ніж у дзеркально симетричному  $d \dots [d_2 - (15 \dots 20)]$ .

3. У координатній площині  $dl$  отримуємо прямокутну проекцію, розміри якої по осі координат  $d$  обмежені за умовою (2). Вздовж осі  $l$  проекція обмежена з одного боку значенням  $l_{\text{кр}} = l_1$ , а з другого – значенням  $l = l_{\text{max}}$  з дискретного ряду  $l_i$ , хоча й може бути необмежено збільшена за умови  $l \rightarrow \infty$ . Через об'ємну модель проходить січна криволінійна поверхня  $P$ , слід якої відображено на прямокутній проекції у координатній площині  $dl$  у вигляді кривої  $q$ , розташованої під деяким кутом до координатних осей  $l$  та  $d$  (див. рис. 2). Кожній точці кривої  $q$  відповідає пара  $l$  та  $d$ , причому розрахункове значення робочої довжини посадки  $l$  рекомендується комп'ютерною програмою Posadka [1] за залежністю  $l = 4 \cdot d_{\text{поп}}^{0,7}$ , а значення  $d$  є шуканою величиною і визначається як функція  $d = f(l)$  на координатній осі  $d$ . Попереднє значення діаметра  $d_{\text{поп}}$  розраховується за залежністю (1).

4. Для кожного дискретного значення  $d_j$ , за умови заданого сукупного діапазону дискретних значень  $l_1, l_2, \dots, l_i$ , утворюється площина, паралельна координатній площині  $lN$ , в якій розташована відповідна криволінійна фігура, що має для усього діапазону значень  $d$  загальний початок при деякому значенні  $l_{\text{кр}} = l_1$ , та в якому збігаються допустимі максимальні, середні й мінімальні значення натягів  $[N_{\min}] = [N_c] = [N_{\max}]$ , причому  $[N_{\max}]$  в цьому випадку є початковою вихідною величиною. Сукупність точок, що відповідають  $[N_{\max}]$  для вказаного ряду дискретних площин, утворює пряму, паралельну координатній осі  $l$ , а сукупність точок, які відповідають  $[N_{\min}]$ , утворюють криву (див. рис. 3). Якщо  $\Delta l \rightarrow \infty$ , то різниця між  $[N_{\min}]$  і  $[N_{\max}]$  монотонно збільшується, а крива, на якій розташовані точки  $[N_{\min}]$ , із зростанням  $\Delta l$  асимптотично наближується до 0, тобто вона має спадний характер.

Розглянута обмежена модель, створена в координатних осях  $dlN$ , тотожна моделі, створеної в координатних осях  $lpN$ , причому проекції обох моделей на координатну площину  $lN$  однакові і повністю співпадають.

На проекцію  $lN$  з боку  $lpN$  накладаються  $m$  табличних (стандартних) посадок, а з боку  $dlN$  – лінії допустимих значень натягів, що за певного дискретного значення довжини показують відповідний діапазон  $[N_{\min}] \dots [N_{\max}]$ , в який має вписатися одна з табличних посадок (у разі використання методу повної взаємозамінності).

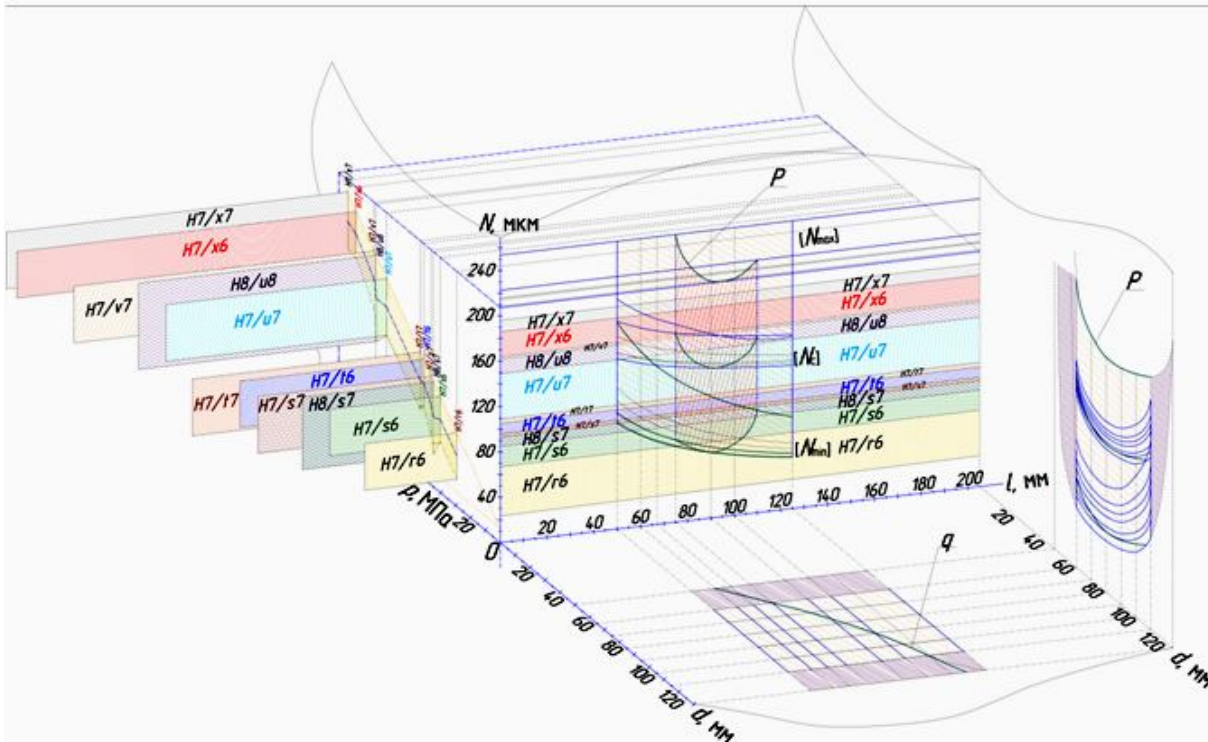


Рис. 3. Проекції на координатні площини об'ємної моделі для дискретних значень діаметра і довжини бандажного з'єднання

Таким чином, в результаті проведеного чисельно-аналітичного дослідження отримано просторову модель – поверхню у формі перевернутого догори “кігтя” (рис. 1–3). Для забезпечення міцності з'єднання у тангенціальному напрямку за рахунок сил тертя найменше мінімальне допустиме значення натягу  $[N_{\min}]$  у посадці можна буде забезпечити, якщо вибрати значення діаметра, близьке до середнього  $d_{\text{сер}}$ , або за умовою (1). Якщо ж необхідно запобігти ймовірності появи й збільшення тріщин у слабшій деталі з'єднання внаслідок неприпустимого збільшення питомого тиску у посадці, то для цього доцільно з метою використання посадки з найбільшим допустимим максимальним значенням натягу  $[N_{\max}]$  вибрати значення  $d_j$  у діапазоні  $[d_1 + (15... 20)] \dots d_{\text{сер}}$ , що близьке до  $[d_1 + (15... 20)]$  та відповідає умові (2).

### Висновки

1. Отримано трипараметричну математичну модель області існування раціональних посадок з натягом у системі координат  $dln$ , площа основи якої збільшується із зростанням робочої довжини посадки, що збільшує кількість можливих придатних табличних посадок, параметри яких потрапляють у задану область.

2. Форма лінії, на якій знаходяться точки, що відповідають значенням  $[N_{\max}]$  у площині, паралельній площині  $dN$ , дозволяє побудувати у суміжній трипараметричній області  $lpN$  ряд тривимірних криволінійних пірамід для сукупності дискретних значень діаметрів  $d_j$  у діапазоні (2) та прийняти як остаточне проектне рішення найбільш раціональну (з деякою ймовірністю – оптимальну) табличну посадку.

3. Забезпечується можливість, залежно від першочергової умови забезпечення міцності, вибрати більш раціональні значення як діаметра з'єднання, так і його робочої довжини.

4. Дослідження показало, що збільшення кількості параметрів посадок, за значеннями яких остаточно вибирають проектне рішення із кінцевої множини допустимих, може суттєво підвищити рівень формалізації рішення вказаної задачі. При цьому є можливість прийняти проектне рішення,

максимально наближене до оптимального, як у разі використання методу повної взаємозамінності, так і методу неповної взаємозамінності (ймовірнісному або груповому).

**Перспектива розвитку досліджень.** Результати даного дослідження дозволяють прогнозувати для  $n$ -параметричного ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) моделювання області існування посадок з натягом досягнення більш ефективних результатів під час їх розрахунків і проектування, тому передбачається продовжити дослідження у цьому напрямку (наприклад, дослідження впливу температури нагрівання охоплюючої деталі).

#### Список використаних джерел

1. Універсальний алгоритм вибору посадки з натягом на основі нового методу автоматизованого розрахунку її раціональних параметрів [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії ВВ МВС України. – 2013. – Вип. 2 (22). – С. 72–75.
2. Новий науково обґрунтований метод автоматизованого проектування посадок з натягом [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії ВВ МВС України. – 2013. – Вип. 1 (21). – С. 74–79.
3. Нечипоренко, В. М. Вибір і автоматизований розрахунок раціональних посадок з натягом на основі додаткових критеріїв [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії ВВ МВС України. – 2012. – Вип. 2 (20). – С. 83–87.

*Стаття надійшла до редакції 24.06.2014 р.*