

УДК 535.34+535.36

Г. В. Ермаков, І. М. Майборода, В. П. Бабенко

РОЗПОДІЛ ПОЛЯ В ОКОЛІ ТОНКОГО МЕТАЛЕВОГО ЦИЛІНДРА ПРИ ЙОГО ОПРОМІНЕННІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМИ ХВИЛЯМИ

Представлені результати дослідження невідомого раніше ефекту аномально великого поглинання випромінювання при взаємодії електромагнітної хвилі з дуже тонким металевим циліндром.

К л ю ч о в і с л о в а: електромагнітне випромінювання, дифракція, циліндр, показник заломлення, поглинання, фактор ефективності розсіювання, фактор ефективності поглинання, фактор ефективності ослаблення, напруженість електричного поля.

Аналіз публікацій. Задача дифракції електромагнітного випромінювання на циліндричних об'єктах – одна з найвідоміших у електродинаміці. Увага, що приділяють дослідники цій задачі, пояснюється багатьма практичними застосуваннями явища дифракції на циліндрі. Так, шляхом аналізу дифракційної картини можна отримати інформацію про розмір поперечного перерізу циліндра, його форму, показник заломлення речовини. Численні методи вимірювання зазначених параметрів викладені в багатьох статтях і систематизовані в монографіях, наприклад, у [1]. Ефекти, що виникають при взаємодії електромагнітного випромінювання з діелектричними або металевими волокнами, використовуються для вимірювання параметрів цього випромінювання. У працях [2, 3] описаний метод, у якому використано тиск лазерного випромінювання на решітку з скляних волокон. У працях [4, 5] показано, як для вимірювання потужності лазерного випромінювання або розподілу інтенсивності у пучку використовувати нагрівання цим випромінюванням решіток з тонких металевих дрітків. Тиск випромінювання і поглинену потужність можна визначити тільки з розв'язування задачі дифракції на циліндрі. Для кругового циліндра задача розв'язана повністю. Отриманий аналітичний розв'язок і проведені чисельні розрахунки для широкого діапазону значень відношення діаметра циліндра до довжини хвилі випромінювання.

Мета статті. Розглянути явище поглинання електромагнітної енергії тонким металевим провідником, у якого ефективний поперечник поглинання перебільшує його геометричні розміри.

У праці [6] описаний експеримент, що підтверджує такий ефект. У статті [7] проведено теоретичне дослідження цього ефекту для випадку тонкого двошарового циліндра. Експериментальні дослідження взаємодії електромагнітної хвилі з тонкими металевими провідниками у хвилеводі описані у статті [8].

Через те, що ефективний поперечник поглинання тонкого металевого провідника у багато разів перевищує його геометричні розміри, лінії потоку енергії поблизу циліндра повинні викривлятися.

Виклад основного матеріалу. Геометрія задачі показана на рис. 1. Круговий циліндр, радіус якого a , розташований так, що координатна вісь Oz проходить уздовж його осі. Вектор “Умова Пойнтінга” S -хвилі спрямований уздовж координатної осі Oy . Можливі випадки, коли вектор хвилі паралельний осі циліндра (E -хвиля) і коли він перпендикулярний їй (H -хвиля). Випадок довільної поляризації можна розглядати як комбінацію цих двох випадків.

Для стаціонарного режиму і E -хвилі необхідно розв'язати рівняння Гельмгольца

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0 \quad (1)$$

за таких граничних умов:

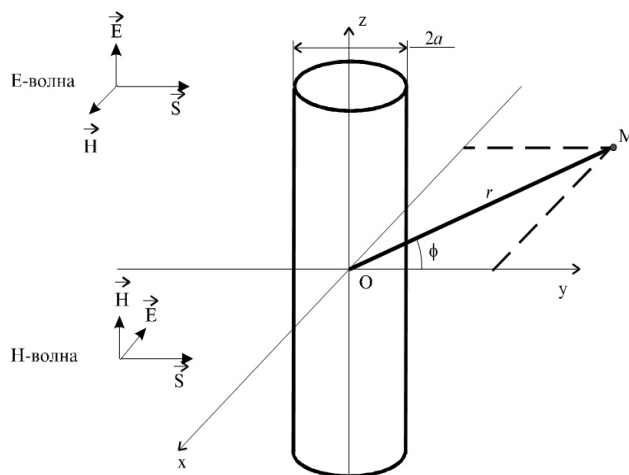


Рис. 1. Геометрія задачі дифракції електромагнітної хвилі на циліндрі

$$E_z^i|_{r=a} = E_z^0|_{r=a} + E_z^a|_{r=a}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z^i}{\partial r}|_{r=a} = \frac{\partial E_z^0}{\partial r}|_{r=a} + \frac{\partial E_z^a}{\partial r}|_{r=a}.$$

Тут $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; ω – кругова частота; c – швидкість світла у зовнішньому середовищі (вільний простір); λ – довжина хвилі випромінювання.

Індекси 0, a та i відповідають падаючій хвилі, розсіяній хвилі і полю в середині циліндра. Крім компоненти E_z у даному випадку існують компоненти H_ϕ і H_r , які можуть бути знайдені за формулами, що випливають з рівнянь Максвелла:

$$H_\phi = -\frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad \text{та} \quad H_r = \frac{i}{\omega\mu r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi}. \quad (3)$$

Розв'язки рівнянь (1–3) для E -хвилі мають такий вигляд.

Падаюча хвиля:

$$\begin{aligned} E_z^0 &= E_0 e^{-ikr \cos\phi} = E_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr) \cos l\phi, \\ H_\phi^0 &= -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr \cos\phi} \cos\phi = -\frac{ikE_0}{\omega\mu} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr) \cos l\phi, \\ H_r^0 &= -\frac{kE_0}{\omega\mu} e^{-ikr \cos\phi} \sin\phi = -\frac{iE_0}{\omega\mu r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l J_l(kr) \sin l\phi. \end{aligned}$$

Поле всередині циліндра:

$$\begin{aligned} H_z^i &= H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r) \cos l\phi, \\ E_\phi^i &= \frac{ik_1 H_0}{\omega\epsilon_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r) \cos l\phi, \\ E_r^i &= \frac{iH_0}{\omega\epsilon_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l c_l J_l(k_1 r) \sin l\phi. \end{aligned}$$

Розсіяна хвиля:

$$\begin{aligned} H_z^a &= -H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)}(kr) \cos l\phi, \\ E_\phi^a &= -\frac{ikH_0}{\omega\epsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)'}(kr) \cos l\phi, \\ E_r^a &= -\frac{iH_0}{\omega\epsilon r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l a_l H_l^{(2)}(kr) \sin l\phi. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут $J_l(z)$ – функція Бесселя; $Y_l(z)$ – функція Неймана; $H_l^{(2)}(z) = J_l(z) - i Y_l(z)$ – функція Ханкеля 2-го роду, штрих позначає похідну функції по всьому аргументу; $k_l = m k$ – хвильове число для матеріалу циліндра.

Коефіцієнти b_l і d_l описують такі вирази:

$$\begin{aligned} b_l &= \frac{m J_l'(m\rho) J_l(\rho) - J_l(m\rho) J_l'(\rho)}{m J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho)}, \\ d_l &= \frac{2i}{\pi\rho} \frac{1}{m J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho) - J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho)}, \end{aligned} \quad (5)$$

де $\rho = \frac{2\pi a}{\lambda}$; $m = n - i$ – показник заломлення; κ – комплексна величина, у якій дійсна частина визначає зміну фази хвилі, уявна – її амплітуда.

Розв'язки рівнянь (1–3) для H -хвилі наведені нижче.

Падаюча хвиля:

$$H_z^0 = H_0 e^{-ikr \cos \varphi} = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l(kr) \cos l\varphi,$$

$$E_\varphi^0 = \frac{kH_0}{\omega \epsilon} e^{-ikr \cos \varphi} \cos \varphi = \frac{ikH_0}{\omega \epsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l J_l'(kr) \cos l\varphi,$$

$$E_r^0 = \frac{kH_0}{\omega \epsilon} e^{-ikr \cos \varphi} \sin \varphi = \frac{iH_0}{\omega \epsilon r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l J_l(kr) \sin l\varphi.$$

Поле всередині циліндра:

$$H_z^i = H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l(k_1 r) \cos l\varphi,$$

$$E_\varphi^i = \frac{ik_1 H_0}{\omega \epsilon_1} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l c_l J_l'(k_1 r) \cos l\varphi,$$

$$E_r^i = \frac{iH_0}{\omega \epsilon_1 r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l c_l J_l(k_1 r) \sin l\varphi.$$

Розсіяна хвиля:

$$H_z^a = -H_0 \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)}(kr) \cos l\varphi,$$

$$E_\varphi^a = -\frac{ikH_0}{\omega \epsilon} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l a_l H_l^{(2)'}(kr) \cos l\varphi, \tag{6}$$

$$E_r^a = -\frac{iH_0}{\omega \epsilon r} \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-i)^l l a_l H_l^{(2)}(kr) \sin l\varphi.$$

Тут коефіцієнти a_l і c_l описують такі вирази:

$$a_l = \frac{m J_l(m\rho) J_l'(\rho) - J_l'(m\rho) J_l(\rho)}{m J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho) - J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho)}, \quad c_l = -\frac{2im}{\pi \rho} \frac{1}{m J_l(m\rho) H_l^{(2)'}(\rho) - J_l'(m\rho) H_l^{(2)}(\rho)}. \tag{7}$$

Вирази (4–6) та (8–10) дозволяють знайти характеристики електромагнітного поля в будь-якій точці простору поза і всередині циліндра.

Взаємодію електромагнітної хвилі з об'єктом зручно характеризувати безрозмірними факторами:

$Q_{sca} = \frac{P_{sca}}{P}$ – фактор ефективності розсіювання; $Q_{abs} = \frac{P_{abs}}{P}$ – фактор ефективності поглинання;

$Q = Q_{sca} + Q_{abs}$ – фактор ефективності послаблення.

Тут P – потужність випромінювання, що потрапило на циліндр; P_{sca} – потужність розсіяного випромінювання; P_{abs} – потужність поглиненого випромінювання.

Для E -хвилі за допомогою раніше наведених формул можна отримати [9]:

$$Q = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \text{Re}(b_l), \quad Q_{sca} = \frac{2}{\rho} \sum_{l=-\infty}^{\infty} |b_l|^2. \tag{8}$$

Фактор ефективності поглинання можна обчислити як різницю факторів ефективності послаблення та розсіювання:

$$Q_{abs} = Q - Q_{sca}. \tag{9}$$

Для H -хвилі формули мають такий самий вигляд, але замість коефіцієнтів b_l у них стоять коефіцієнти a_l .

Залежності факторів Q , Q_{sca} , Q_{abs} від параметра ρ , що характеризує співвідношення діаметра циліндра і довжини хвилі, показані на рис. 2, а для E -хвилі і на рис. 2, б для H -хвилі. На цих і наступних малюнках наведені результати розрахунків для дроту з платини. Комплексний показник заломлення платини визначався за відомим електродинамічним виразом, справедливим для матеріалів з гарною провідністю:

$$n = \kappa = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega\epsilon_0}}, \quad (10)$$

де $\sigma = 9,52 \cdot 10^6 \text{ (Ом} \cdot \text{м)}^{-1}$ – питома провідність платини.

Для E -хвилі характерно, що ці залежності мають максимум, після якого значення факторів ефективності зменшуються і асимптотично наближаються до деяких значень.

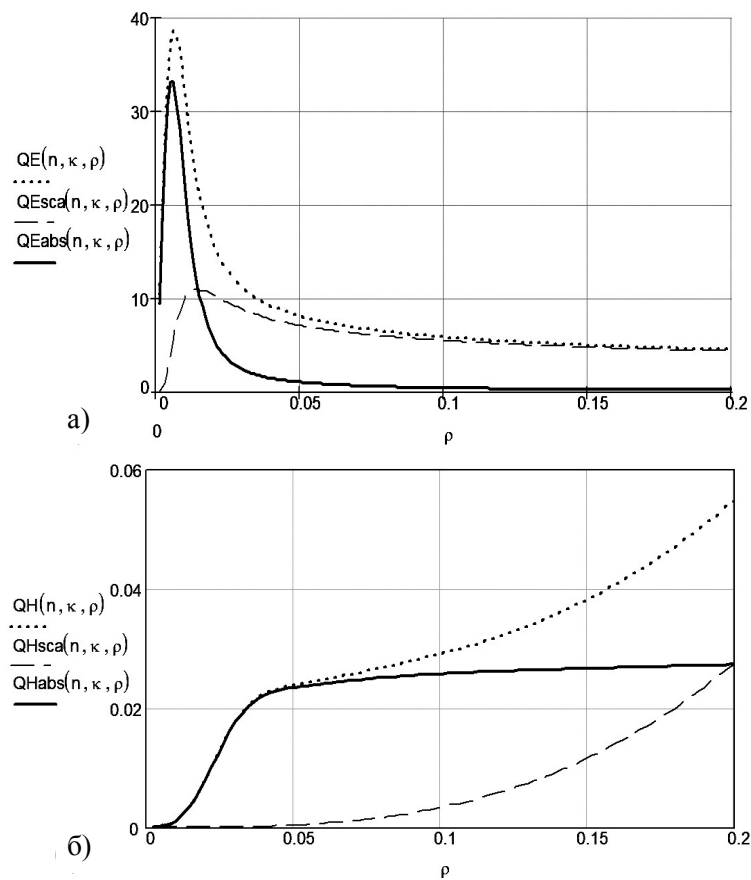


Рис. 2. Залежність послаблення, розсіювання і поглинання платинового дроту від його діаметра: а – E -хвиля; б – H -хвиля. Довжина хвилі випромінювання 10,6 мкм

Також було розраховано розподіл напруженості електричного поля всередині циліндра і в найближчому його околі. З результатів розрахунків видно, що всередині циліндра напруженість поля скрізь майже однакова. Це пояснюється малою товщиною циліндра, порівнянною з товщиною скін-шару (у платині на довжині хвилі 3 см товщина скін-шару складає 1,6 мкм).

Картина поля на рис. 3 відповідає резонансній товщині циліндра для довжини хвилі 3 см. Для інших діаметрів картина якісно є такою самою. Змінюється тільки значення напруженості.

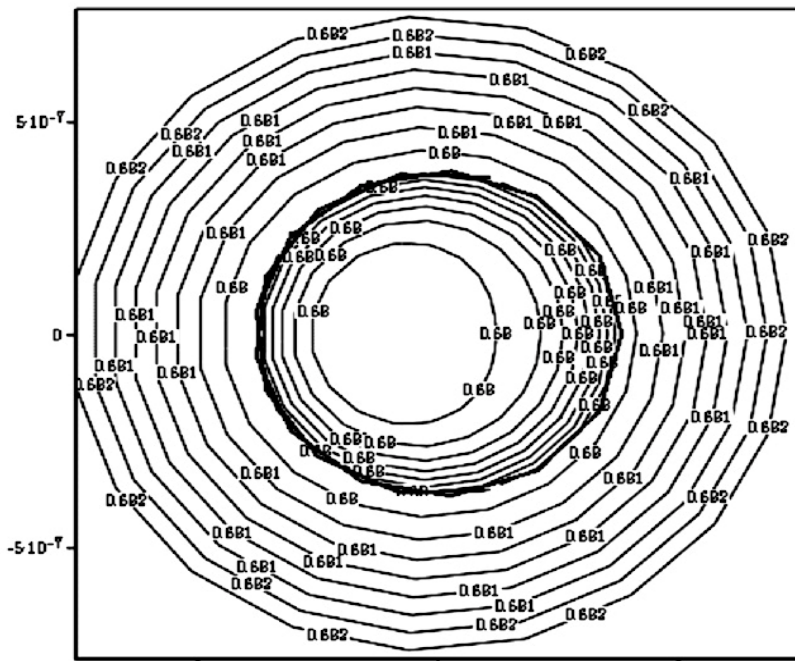


Рис. 3. Напруженість електричного поля всередині циліндра

Висновки

Для деяких співвідношень між діаметром металевого циліндра і довжиною хвилі випромінювання (при $d \ll \lambda$) виникає ефект аномально великого поглинання енергії хвилі. Це спостерігається тільки у випадку, коли вектор електричного поля хвилі паралельний осі циліндра. При цьому спостерігається викривлення ліній потоку енергії у бік циліндра – виникає “затягування” енергії в циліндр.

Список використаних джерел

1. Лазарев, Л. П. Контроль геометрических и оптических параметров волокна [Текст] : монография / Л. П. Лазарев, С. Д. Миросвицкая. – М. : Радио и связь, 1988. – 280 с.
2. Кокодий, Н. Г. Пондеромоторный измеритель энергии высоких уровней [Текст] / Н. Г. Кокодий, В. Ф. Ефимов, В. Н. Тимошенко // Импульсная фотометрия : сборник. – Х. : Изд-во ХГУ. – 1981. – Вып. 1. – С. 65–67.
3. Средства измерения энергетических характеристик мощного лазерного излучения [Текст] / Н. Г. Кокодий, В. Н. Тимошенко, В. Ф. Ефимов и др. // Квантовая электроника : сборник. – М. : Радио и связь. – 1990. – № 36. – С. 62–65
4. Кузьмичев, В. М. Об одном способе измерения интенсивной мощности лазера тонкопроволочным болометром [Текст] / В. М. Кузьмичев, С. Н. Похилько // Метрология. – 1997. – № 8. – С. 22–27.
5. Катрич, А. Б. Болометрический анализатор параметров лазерного излучения [Текст] / А. Б. Катрич, А. В. Худошин // Приборы и техника эксперимента. – 1988. – № 2. – С. 227.
6. Фактор эффективности поглощения тонкого металлического цилиндра в микроволновом диапазоне [Текст] / В. М. Кузьмичев, Н. Г. Кокодий, Б. В. Сафронов, В. П. Балкашин // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48, № 11. – С. 1348–1351.
7. Кокодий, Н. Г. Поглощение сверхвысокочастотного излучения очень тонким двухслойным цилиндром [Текст] / Н. Г. Кокодий // Радиотехника и электроника. – 2006. – Т. 51, № 2. – С. 1–4.
8. Взаимодействие электромагнитных волн в волноводе с очень тонкими проволоками [Текст] / Хе Ши, С. Н. Шульга, Н. Г. Кокодий и др. // Радиотехника и электроника. – 2011. – Т. 56, № 10. – С. 1201–1204.

Стаття надійшла до редакції 13.05.2014 р.