

УДК 621.438.621.515

В. П. Раківненко, О. М. Кириченко, Л. А. Гребеник

**АВТОМАТИЗОВАНИЙ РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОВСТОСТІННИХ ЦИЛІНДРІВ ДЛЯ ВИПАДКУ СУМІСНОЇ ДІЇ ВНУТРІШНЬОГО ТИСКУ І ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ**

Стаття є продовженням праці [2], в ній додатково, крім дії внутрішнього тиску, розглядається вплив на напружено-деформований стан товстостінних циліндрів температурного поля, обумовленого певними технологічними процесами.

Ключові слова: товстостінні циліндри, задача Ламе, монолітні та складені циліндри, умова Гадоліна, натяг, температурне поле.

**Постановка проблеми.** Як відмічено авторами у статті [2], теорія проектування товстостінних циліндрів є прикладною наукою щодо раціональних методів розрахунку та конструювання товстостінних оболонок, які знаходяться під тиском або в умовах глибокого вакууму. На практиці такі конструкції нерідко знаходяться також у полі високих температур (атомна енергетика, ракетно-космічна та військова техніка, хімічна промисловість). У всіх таких випадках актуальною є задача створення конструкцій високої міцності, надійності та довговічності.

Одним із напрямків досягнення зазначеної мети є застосування телескопічно складених циліндрів, переваги яких ще в 60-х роках XIX ст. професор Михайлівської артилерійської академії генерал від артилерії Гадолін А. В. довів у своїй роботі “О сопротивлении стен орудия давлению пороховых газов”. Він запропонував і теоретично обґрунтував можливість підвищення міцності гарматних стволів особливо великих калібрів шляхом вкладання циліндрів один в інший і скріплення їх за рахунок натягу. Таким чином були закладені основи теорії розрахунку напруженого стану складених товстостінних оболонок, які знаходяться під тиском або в умовах глибокого вакууму [1].

Отже, побудова математичної моделі напружено-деформованого стану складеного циліндра є актуальною проблемою, розв’язання якої дозволяє розробити методичні та інструментальні засоби для проектування конструкцій з оптимальними масово-геометричними характеристиками, які забезпечують їм необхідну міцність і довговічність.

**Метою статті** є побудова математичної моделі та дослідження напружено-деформованого стану складених циліндрів підвищеної міцності і довговічності в умовах дії внутрішнього тиску та поля температур на основі розробленої спеціальної комп’ютерної програми.

**Виклад основного матеріалу.** Розглянемо товстостінний циліндр з внутрішнім радіусом  $r_6$  і зовнішнім  $r_3$ , який в загальному випадку одночасно навантажений внутрішнім тиском  $p_6$  і знаходиться в полі високих температур (рис. 1). Напружений стан в даному випадку визначається лише температурним полем і розглядається як додаток до силового поля від дії внутрішнього тиску [2].

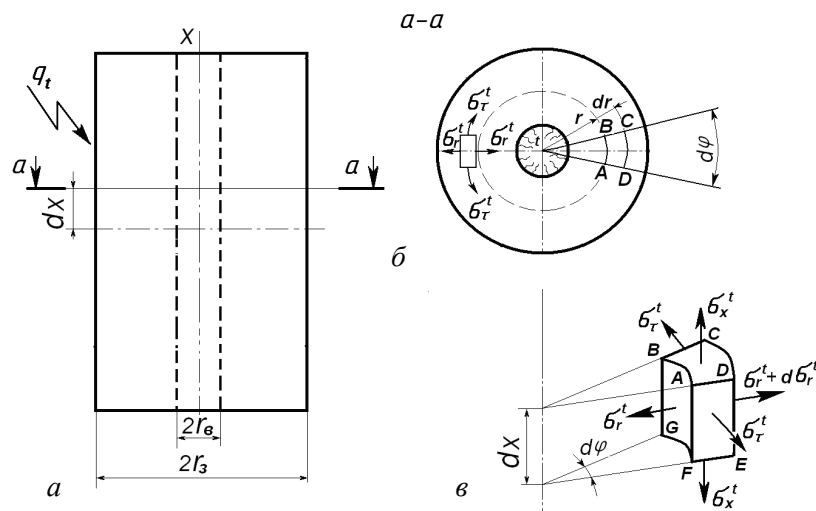


Рис. 1. До дослідження напруженого стану товстостінного циліндра

Внаслідок осьової симетрії циліндра та навантажень, діючі напруження і відповідні їм деформації також симетричні його осі.

У товщі циліндра виділимо нескінченно малий елемент, який має форму криволінійного шестигранника (рис. 1, в). На його гранях діють:

- нормальні тангенціальні температурні напруження  $\sigma_\tau^t$  (на площині  $ADEF$ );
- нормальні радіальні напруження  $\sigma_r^t$  (на площині  $ABGF$ ); при переході від радіуса  $r$  до  $r + dr$  напруження  $\sigma_r^t$  отримує прирощення  $d\sigma_r^t$ ;
- нормальні осьові напруження  $\sigma_x^t$  (на грані  $ABCD$ ), які є незмінними на осі та радіусі циліндра за наявності дещи.

Розглядаючи термічну рівновагу виділеного елемента в напрямку радіуса  $r$ , після нескладних перетворень отримаємо рівняння рівноваги Ламе [2]:

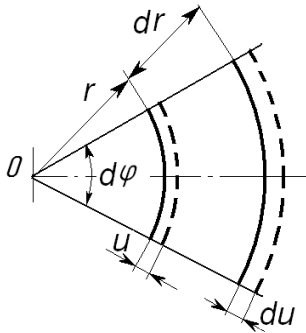


Рис. 2. Деформація елемента

$$\frac{d}{dr}(\sigma_r^t \cdot r) - \sigma_\tau^t = 0. \quad (1)$$

Розглядаючи деформацію виділеного елемента (рис. 2), отримаємо вирази відносних радіальних  $\varepsilon_r^t$  і тангенціальних  $\varepsilon_\tau^t$  температурних подовжень:

$$\varepsilon_r^t = \frac{du^t}{dr}; \quad \varepsilon_\tau^t = \frac{(r + u^t)d\varphi - rd\varphi}{rd\varphi} = \frac{u^t}{r}, \quad (2)$$

де  $u^t$  – радіальні температурні деформації.

Використовуючи узагальнений закон Гука, додамо до температурних деформацій температурні переміщення  $\alpha T$  і отримаємо такі формули:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^t &= \frac{1}{E}(\sigma_r^t - \mu\sigma_\tau^t - \mu\sigma_x^t) + \alpha T; \\ \varepsilon_\tau^t &= \frac{1}{E}(\sigma_\tau^t - \mu\sigma_r^t - \mu\sigma_x^t) + \alpha T; \\ \varepsilon_x^t &= \frac{1}{E}(\sigma_x^t - \mu\sigma_\tau^t - \mu\sigma_r^t) + \alpha T. \end{aligned} \quad (3)$$

Із сумісного рішення рівнянь (1)...(3) отримаємо:

$$\begin{aligned} \sigma_r^t &= \frac{E}{1-\mu} \left( -\frac{1}{r^2} \int_{r_b}^r \alpha T r dr + \frac{r^2 - r_b^2}{r^2(r_3^2 - r_b^2)} \int_{r_3}^{r_6} \alpha T r dr \right); \\ \sigma_\tau^t &= \frac{E}{1-\mu} \left( \frac{1}{r^2} \int_{r_b}^r \alpha T r dr + \frac{r^2 + r_b^2}{r^2(r_3^2 - r_b^2)} \int_{r_3}^{r_6} \alpha T r dr - \alpha T \right); \\ \sigma_x^t &= \frac{E}{1-\mu} \left( \frac{2}{r_3^2 - r_b^2} \int_{r_b}^{r_3} \alpha T r dr - \alpha T \right), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $r_b$  – внутрішній діаметр циліндра.

Закон зміни температури по товщині стінки циліндра вважатимемо логаритмічним:

$$T(r) = \frac{\Delta T}{\ln \frac{r_3}{r_b}} \ln \frac{r_3}{r} = \frac{\Delta T}{\ln \frac{1}{k}} \ln \frac{r_3}{r}, \quad (5)$$

де  $\Delta T = T_6 - T_3$  – перепад температури в стінці циліндра;  $k = \frac{r_6}{r_3}$ .

Використовуючи формули (3)...(5), визначимо напруження на поверхнях розігрітого циліндра. На внутрішній поверхні ( $r = r_6$ ):

$$\left( \sigma_r^t \right)_{r=r_6} = \left( \sigma_x^t \right)_{r=r_6} = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\mu)\ln \frac{1}{k}} \left( 1 - \frac{2}{1-k^2} \ln \frac{1}{k} \right). \quad (6)$$

На зовнішній поверхні ( $r = r_3$ ):

$$\left(\sigma_r^t\right)_{r=r_3} = 0; \quad (7)$$

$$\left(\sigma_r^t\right)_{r=r_3} = \left(\sigma_x^t\right)_{r=r_3} = \frac{E\alpha\Delta T}{2(1-\mu)\ln\frac{1}{k}} \left(1 - \frac{2k^2}{1-k^2}\ln\frac{1}{k}\right). \quad (8)$$

Епюри розподілення температурних напружень по товщині стінки монолітного циліндра, побудовані за формулами (6)...(8), зображені на рис. 3.

За даними роботи [2] на рис. 4 зображені епюри нормальних напружень для монолітного циліндра від дії внутрішнього тиску.

Повний (дійсний) напружений стан монолітного циліндра зображений на рис. 5 як сума температурних напружень і напружень від тиску  $p_0$ :

$$\Sigma\sigma_r = \sigma_r^p + \sigma_r^t; \quad (9)$$

$$\Sigma\sigma_\tau = \sigma_\tau^p + \sigma_\tau^t. \quad (10)$$

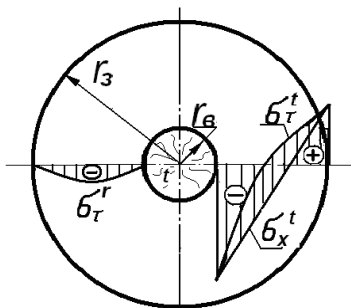


Рис. 3. Епюри нормальних температурних напружень монолітного циліндра

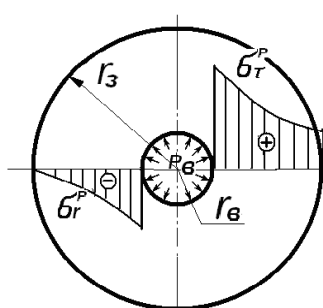


Рис. 4. Епюри напружень від тиску монолітного циліндра

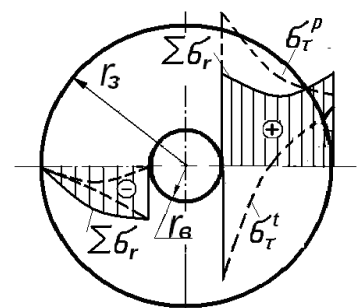


Рис. 5. Дійсний напружений стан монолітного циліндра

Для розрахунку складених циліндрів, що знаходяться під дією температурного поля, використовується та сама методика, що викладена в статті [2] для визначення напружено-деформованого стану складених циліндрів. При цьому використовується спеціально розроблена комп'ютерна програма "Циліндр 2", алгоритм якої зображено на рис 6.

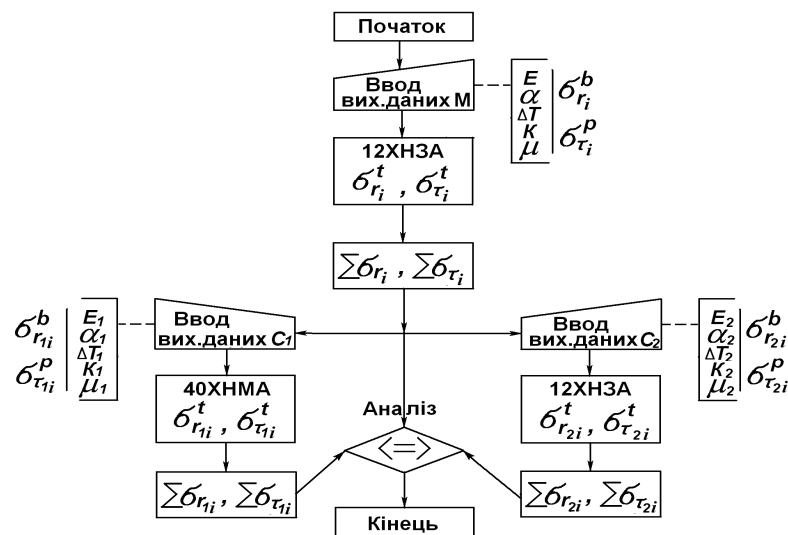


Рис. 6. Алгоритм програми "Циліндр 2"

За даною програмою проведені розрахунки напружено-деформованого стану монолітного і двохшарового складеного циліндрів з такими вихідними даними:

- діаметри монолітного циліндра у перерізі  $2r_e = 85$  мм і  $2r_3 = 200$  мм;

- максимальний тиск газів  $p_g = 255$  МПа;
- матеріал циліндра – сталь 12ХНЗА ( $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $\sigma_s = 1,2 \cdot 10^3$  МПа);
- коефіцієнт запасу міцності  $n = 2$ ;
- перепад температури  $\Delta T = 33$  °С;
- коефіцієнт лінійного розширення  $\alpha = 11,7 \cdot 10^{-6}$  1/К.

Результати розрахунків у вигляді дійсного напружено-деформованого стану монолітного і складеного циліндрів, виготовлених із сталі 12ХНЗА, зображені на рис. 7. Програма “Циліндр 2” здатна виконувати розрахунки і для інших матеріалів, наприклад, сталі 40ХНМА.

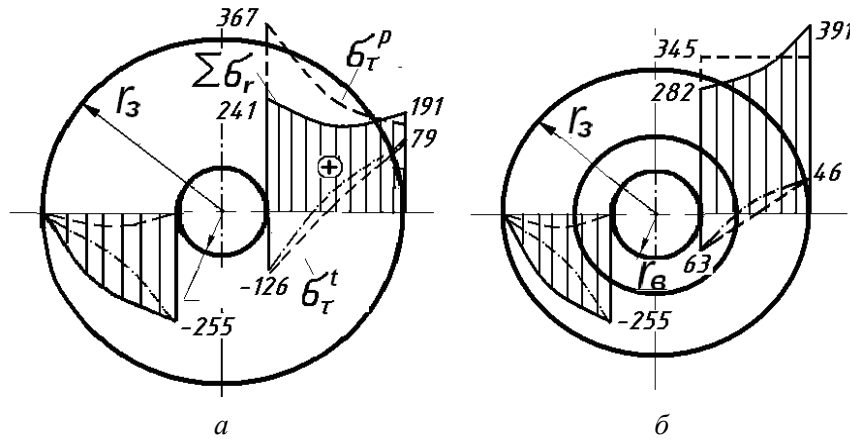


Рис. 7. Дійсний напружено-деформований стан монолітного (а) і складеного (б) циліндрів

Заміна монолітного циліндра на двошаровий дала змогу зменшити його зовнішній радіус на 26 % (до величини  $r_2 = 74$  мм) за рахунок напружень натягу у процесі гарячої посадки телескопічних циліндрів.

На рис. 5 і 7 штриховими лініями зображені силові епюри, штрих-пунктирними – температурні, суцільними – сумарні.

### Висновки

У результаті проведених досліджень створена методична база для проектування конструкцій у вигляді складених циліндрів підвищеної довговічності. Запропонований ефективний інструментарій багатоваріантних високопродуктивних автоматизованих розрахунків і досліджень – спеціальна комп’ютерна програма розрахунків на міцність складених товстостінних циліндрів.

Заміна монолітного циліндра складеним дала змогу зменшити його зовнішній діаметр і вирівняти напруження по товщині, наслідком чого є вирівнювання поля температур і напружень та відповідне їх зменшення.

### Список використаних джерел

1. Кириченко, О. М. Опір матеріалів [Текст] : навч. посіб. / О. М. Кириченко, В. П. Раківненко. – Х. : Академія внутрішніх військ МВС України, 2013. – 437 с.
2. Раківненко, В. П. Метод експрес-аналізу напружено-деформованого стану товстостінних циліндрів підвищеної міцності [Текст] / В. П. Раківненко, О. М. Кириченко, П. І. Літовченко, Л. А. Гребеник // Збірник наукових праць Академії ВВ МВС України. – 2012. – Вип. 2 (20). – С. 31–37.

Стаття надійшла до редакції 17.10.2013 р.