

УДК 539.3

О. М. Склепус

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЗКОСТІ ПІВКІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Досліджується міцність та жорсткість півкільцевої пластини в умовах повзкості. Чисельні результати отримані за допомогою створених на базі теорії R-функцій структур розв'язку, в яких можна варіювати фізичними й геометричними параметрами пластин, а також крайовими умовами на окремих ділянках границі.

Постановка проблеми. При розрахунках і проектуванні тонкостінних елементів машин, які при експлуатації довгий час знаходяться у нагрітому стані, необхідно враховувати явище повзкості матеріалу конструкцій. У таких умовах працюють елементи парових і газових турбін, реактивних двигунів, теплообмінних апаратів, вузли обладнання нафтової промисловості, деталі хімічних апаратів і теплових приладів. Деякі деталі, наприклад, рознімні діафрагми активних турбін, сегментні поперечні перегородки теплообмінних апаратів тощо, у розрахункових моделях подаються як півкільцеві пластини.

Аналіз публікацій. При навантажуванні в півкільцевих пластинах виникає складний напружений стан і експериментальне дослідження міцності і жорсткості в цьому випадку становить значні труднощі й є досить дорогим [1, 2]. Запропонований у роботі [3] метод, який базується на теорії R-функцій [4], варіаційному методі Рітца і методі Рунге – Кутта – Мерсона (РКМ), дозволяє проводити чисельні експерименти з дослідження повзкості пластин складної форми, легко змінюючи геометричні і фізичні параметри задачі.

Мета статті. На базі теорії R-функцій пропонується проводити комп'ютерні дослідження міцності й жорсткості півкільцевих пластин, що знаходяться в умовах повзкості.

Виклад основного матеріалу. Розглядається тонка пластина в декартовій системі координат Ox_1x_2z (рис. 1). Пластина знаходиться під дією поперечної навантаги $q(x_1, x_2, t)$. Теорія тонких пластин базується на основі гіпотез Кирхгофа.

Функціонал Лагранжа для пластин сформульовано у вигляді:

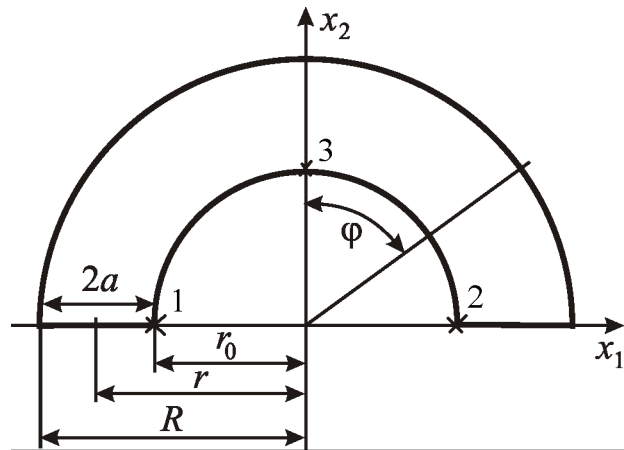


Рис. 1. Схема до розрахунків

$$I = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (D_{11} \dot{w}_{,11}^2 + D_{22} \dot{w}_{,22}^2 + 2D_{33} \dot{w}_{,11} \dot{w}_{,22} + D_{44} \dot{w}_{,12}^2 + \dot{M}_{11}^c \dot{w}_{,11} + \dot{M}_{22}^c \dot{w}_{,22} + 2\dot{M}_{12}^c \dot{w}_{,12}) dx_1 dx_2 - \iint_{\Omega} q \dot{w} dx_1 dx_2 . \tag{1}$$

У функціоналі (1) введено позначення:

$$\begin{aligned} \dot{M}_{11}^c &= \int_{(h)} \frac{Ez}{(1-\nu^2)} (\dot{p}_{11} + \nu \dot{p}_{22}) dz ; \\ \dot{M}_{22}^c &= \int_{(h)} \frac{Ez}{(1-\nu^2)} (\dot{p}_{22} + \nu \dot{p}_{11}) dz ; \quad \dot{M}_{12}^c = 2 \int_{(h)} Gz \dot{p}_{12} dz . \\ D_{11} = D_{22} &= \int_{(h)} \frac{Ez^2}{(1-\nu^2)} dz ; \quad D_{33} = \int_{(h)} \frac{Ez^2 \nu}{(1-\nu^2)} dz ; \quad D_{44} = \int_{(h)} \frac{2Ez^2}{(1+\nu)} dz , \end{aligned}$$

де E, G, ν – модуль пружності, модуль зсуву і коефіцієнт Пуассона ізотропного матеріалу. Точка над буквою означає похідну за часом t .

Пластина на рис. 1 оберта на контурі радіуса R і вільна на іншій частині контуру. Розіб'ємо контур $\partial\Omega$ пластини на дві частини $\partial\Omega_1$ і $\partial\Omega_2$. На частині контуру $\partial\Omega_1$ реалізовано вільне обпирання, а інша частина $\partial\Omega_2$ – вільна, тоді крайові умови для задачі згину пластини матимуть вигляд

$$\dot{w}|_{\partial\Omega_1} = 0. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}_{mn}|_{\partial\Omega} &= \dot{M}_{11}^c n_1^2 + 2\dot{M}_{12}^c n_1 n_2 + \dot{M}_{22}^c n_2^2. \\ (\dot{M}_{n\tau,\tau} + \dot{Q}_n)|_{\partial\Omega_2} &= (\dot{M}_{22}^c - \dot{M}_{11}^c) n_1 n_2 + \dot{M}_{12}^c (n_1^2 - n_2^2) + \\ &+ \dot{M}_{11,1}^c n_1 + \dot{M}_{22,2}^c n_2 + \dot{M}_{12,2}^c n_1 + \dot{M}_{21,1}^c n_2. \end{aligned}$$

Тут n_1, n_2 – напрямні косинуси нормалі \vec{n} до контуру $\partial\Omega$.

Безпосередньою перевіркою можна переконатися, що часткова структура розв'язку, яка задовольняє тільки геометричним крайовим умовам (2), має такий вигляд

$$w = \omega_1 \Phi_1,$$

де Φ_1 – невизначені функції, які вибираються у вигляді степеневих поліномів;

$\omega_1 = 0$ – рівняння вільно обертої ділянки контуру.

Рівняння контуру пластини, зображеної на рис. 1, задається за допомогою формули

$$\omega(x) = [(-\omega_1) \wedge_0 \omega_2] \wedge_0 \omega_3 = 0,$$

де $\omega_1 = \frac{1}{2R}(R^2 - x_1^2 - x_2^2)$, $\omega_2 = \frac{1}{2r_0}(r_0^2 - x_1^2 - x_2^2)$, $\omega_3 = x_2$, а \wedge_0 – \mathbf{R} -кон'юнкція [4].

Матеріал пластини – вуглецева сталь 20. За температури 500 °С пружні постійні якої дорівнюють $E = 1,7 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,3$; умовна межа текучості $\sigma_{0,2} = 13 \cdot 10^7$ Па.

Міцність деталей, що тривало працюють за високих температур, може оцінюватися величиною гранично допустимих за конструктивними умовами деформацій повзкості. Так, у сучасних конструкціях турбомашин звичайно допускаються лише незначні деформації повзкості, порядку 1%. Також для пластин важливою величиною, що визначає працездатність, є їхній максимальний прогин.

За іншою методикою міцність може визначатися надійністю деталі протягом заданого терміну служби. При цьому за основний параметр надійності беруть довговічність. За теорією Качанова – Работнова про крихке руйнування повзкого матеріалу, цей процес характеризується скалярним параметром пошкоджуваності $0 \leq d \leq 1$, який дорівнює $d = 0$ для непошкоджуваного матеріалу та $d = 1$ – у момент крихкого руйнування у точці.

Рівняння, що описують процеси повзкості та пошкоджуваності, можна подати у формі [5]:

$$\dot{p}_{kl} = \frac{3}{2} A t^\theta \sigma_i^{n-1} \frac{S_{kl}}{(1-d)^n}, \quad \dot{d} = \frac{B t^\phi \sigma_r^m}{(1-d)^\phi},$$

де S_{kl} компоненти девіатора напружень.

У цих рівняннях постійні характеристики матеріалу для сталі 20 при температурі 500 °С дорівнюють: $A = 1,19 \cdot 10^{-16}$ МПа⁻ⁿ год^{-(θ+1)}, $n = m = 6,12$, $\theta = -0,21$, $\phi = 11,51$, $B = 8,38 \cdot 10^{-17}$ МПа^{-m} год^{-(θ+1)}.

Досліджувалася повзкість пластини, що має розміри $R = 0,691$ м, $r_0 = R/3$ і товщину $h = 0,07$ м.

Після проведених розрахункових експериментів, встановлено, що коли загальна кількість координатних функцій дорівнює 55, кількість вузлів інтегрування за областю – 256 і за товщиною – 6, задана точність метода РКМ – $\xi = 0,001$, то спостерігається цілком задовільна внутрішня стабільність чисельних результатів.

Результати розрахунків прогинів у точках 1, 2 і 3 пластини (див. рис. 1) показано на рис. 2. На рис. 3 наведено ріст параметра пошкоджуваності у точці 3 на поверхні (суцільна лінія) та у точці пластини, в якій пошкоджуваність досягала максимальних значень (пунктир).

Для пружної задачі в момент часу $t = 0$ отримали максимальне розрахункове напруження в точці 3 на поверхні пластини $\sigma_{\max} = 125,93$ МПа. Умова міцності забезпечується:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{0,2} = 130 \text{ МПа.}$$

Максимальні напруження при повзкості з часом релаксують і через 133 год дії постійної навантаги зменшуються до величини $\sigma_{\max} = 62,56$ МПа. Величина максимальних деформацій у точці 3 діафрагми за 2000 год навантаження досягає значення 1,33 %, що є достатнім для забезпечення жорсткості.

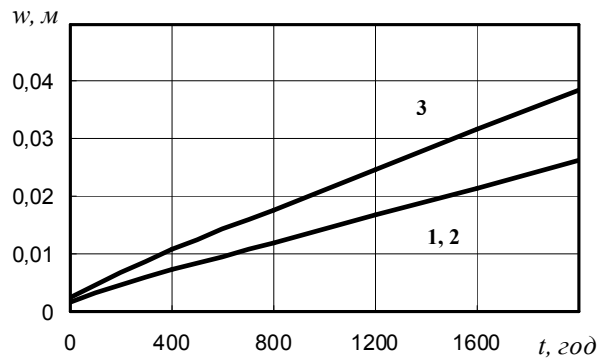


Рис. 2. Прогини у точках пластини

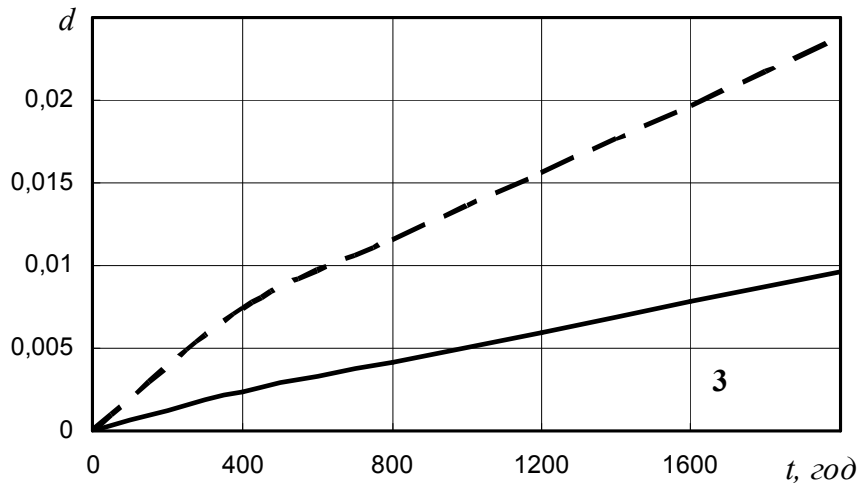


Рис. 3. Пошкоджуваність у точках пластини

Висновки

Виконано прикладні розрахунки на повзкість півкільцевих вільно обпертих пластин, що мають важливе прикладне значення в області проектування сучасних теплоенергетичних установок, показано можливості, які надає метод R-функцій для вивчення роботи пластин складної форми.

Список використаних джерел

1. Богуславский П. Я. Ползучесть полукольцевых пластин / П. Я. Богуславский // Труды центрального котлотурбинного института. – 1957. – С. 56 – 61.
2. Виноградов Н. Н. Исследование ползучести натуральных диафрагм мощных паровых турбин / Н. Н. Виноградов // Тепловые напряжения в элементах конструкций. Вып. 10. – К.: Наук. думка, 1970. – С. 329 – 334.
3. Склепус А. Н. Ползучесть пластин сложной формы с характеристиками, зависящими от вида нагружения / А. Н. Склепус, С. Н. Склепус // Динамика и прочность машин: вестн. Харьк. гос. политехнич. ун-та. – Вып. 54. – Х.: ХГПУ, 1999. – С. 49 – 54.
4. Метод R-функции в задачах об изгибе и колебаниях пластин сложной формы / В. Л. Рвачев, Л. В. Курпа, Н. Г. Склепус, Л. Б. Учишвили – К.: Наук. думка, 1973. – 123 с.
5. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю. Н. Работнов – М.: Наука, 1966. – 752 с.

Стаття надійшла до редакції 24.11.2009 р.