

УДК 519.217

Ю. А. Олійник, В. А. Бородавка, О. В. Іванченко

ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ ІМОВІРНОСТЕЙ СТАНІВ РУХОМОГО АГРЕГАТА

Розглянуто приклади практичних рішень рівнянь ймовірностей трьох станів рухомого агрегату: марш, перебування на позиції, ураження. Рішення представлені у вигляді графіків залежності ймовірностей трьох станів від часу, що наочно показує можливості моделювання, прогнозування та аналізу застосування рухомого агрегату.

Постановка проблеми. Розглянемо три стани рухомого агрегата (РА): марш, перебування в позиційному районі (ПР), ураження. Перехід РА з одного стану в інший вважатимемо марковським випадковим процесом [1, 2]. Необхідно знайти залежності ймовірностей трьох станів РА від часу, що дасть можливість аналізувати ефективність використання РА у заданих умовах. Для цього потрібно визначити інтенсивності переходів РА між трьома зазначеними станами, що є можливим, якщо відомі тип РА, умови його експлуатації і застосування.

Метою статті є побудування графіків функцій ймовірностей трьох станів РА для конкретних умов.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання експлуатації різних систем за допомогою ланцюгів Маркова розглянуто у роботах [1, 2]. Стосовно тактики дій військових систем ланцюги Маркова найбільш повно розглянуто у процесі дослідження систем протиповітряної оборони (ППО) [3]. Однак зазначені дослідження не враховують можливості системи рухатися і використовувати фактор мобільності, тому що для систем ППО він менш важливий, ніж виявлення та поразення повітряних об'єктів. У статті розглядається мобільність як основний фактор захисту від ураження противником.

Виклад основного матеріалу. На рис. 1 наведено граф станів РА, що описує розглянутий марковський процес.

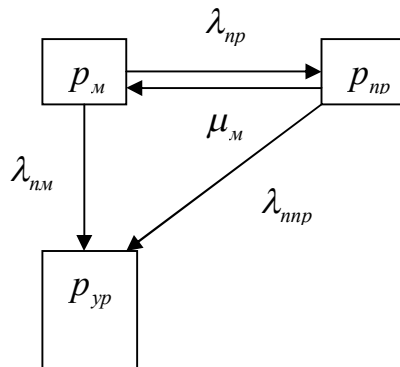


Рис. 1. Граф станів РА: p_m – ймовірність перебування РА на марші; p_{np} – ймовірність перебування РА у ПР; p_{yp} – ймовірність перебування РА в стані ураження; λ_{np} – інтенсивність переходу РА зі стану маршу в стан перебування у ПР, 1/с; μ_m – інтенсивність переходу РА зі стану перебування у ПР у стан маршу, 1/с; λ_{nm} – інтенсивність переходу РА зі стану маршу в стан ураження, 1/с; λ_{nnp} – інтенсивність переходу РА у стан ураження, 1/с

Система рівнянь для ймовірностей станів РА відповідно до графа станів (рис. 1) матиме вигляд [1, 2]:

$$\begin{cases} \mu_m p_{np}(t) - (\lambda_{np} + \lambda_{nm}) p_m(t) = \frac{dp_m(t)}{d\tau}; \\ \lambda_{np} p_m(t) - (\mu_m + \lambda_{nnp}) p_{np}(t) = \frac{dp_{np}(t)}{d\tau}; \\ \lambda_{nm} p_m(t) + \lambda_{nnp} p_{np}(t) = \frac{dp_{yp}(t)}{d\tau}; \\ p_m(t) + p_{np}(t) + p_{yp}(t) = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Після розв'язання системи рівнянь (1), одержимо такі результати:

$$\begin{aligned}
 p_{np}(t) &= C_1 e^{-(A_1+A_2)t} + C_2 e^{(A_1-A_2)t}; \\
 p_m(t) &= \frac{\mu_m + \lambda_{nnp}}{\lambda_{np}} \left(C_1 e^{-(A_1+A_2)t} + C_2 e^{(A_1-A_2)t} \right) + \\
 &+ \frac{1}{\lambda_{np}} \left(C_2 (A_1 - A_2) e^{(A_1-A_2)t} - C_1 (A_1 + A_2) e^{-(A_1+A_2)t} \right); \\
 p_{yp}(t) &= 1 - p_{np}(t) - p_m(t); \\
 A_1 &= \frac{1}{2} \sqrt{B}; \quad A_2 = \frac{1}{2} (\lambda_{np} + \mu_m + \lambda_{nm} + \lambda_{nnp}); \\
 B &= (\lambda_{np} + \mu_m)^2 + (\lambda_{nm} - \lambda_{nnp})^2 + \\
 &+ 2 \mu_m (\lambda_{nnp} - \lambda_{nm}) + 2 \lambda_{np} (\lambda_{nm} - \lambda_{nnp}),
 \end{aligned}$$

де C_1 і C_2 – постійні коефіцієнти, що визначаються з початкових умов.

Вважатимемо, що РА знаходиться на початку маршру. Тоді запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} p_{np}(0) = 0; \\ p_m(0) = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0; \\ \frac{\mu_m + \lambda_{nnp}}{\lambda_{np}} (C_1 + C_2) + \frac{1}{\lambda_{np}} (C_2 (A_1 - A_2) - C_1 (A_1 + A_2)) = 1. \end{cases}$$

Після розв'язання системи одержимо такі значення постійних коефіцієнтів:

$$C_1 = -\frac{\lambda_{np}}{2A_1}; \quad C_2 = \frac{\lambda_{np}}{2A_1}.$$

За відомими C_1 та C_2 можна визначати функції $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{yp}(t)$. Для цього необхідно вирахувати інтенсивності переходу РА з одного стану в інший. Як приклад розглянемо РА, який знаходиться на марші ($p_m(0) = 1$) у готовності зайняти ПР і виконати завдання.

Припустимо, що середній час маршру 40 хв, а середня тривалість перебування РА у ПР дорівнює 30 хв. Ураження РА на марші можливе з боку розвідувально-диверсійних груп (РДГ) або незаконних військових формувань (НВФ). У ПР ураження РА не можливе.

РДГ і НВФ виявляють колони підрозділів із РА з імовірністю $p_{виявл}$ за час $t_{виявл}$ і потім уражають з імовірністю p_{yp} за час t_{yp} . Колони підрозділів із РА можуть охоронятися.

Дані статистичних досліджень про можливості РДГ і НВФ представлені в табл. 1.

Дані про можливість РДГ та НВФ

	Маршрут РА відомий		Маршрут РА не відомий	
	РА охороняється	РА не охороняється	РА охороняється	РА не охороняється
Для РДГ				
$P_{виявл}$	0,9	0,9	0,5	0,5
$P_{ур}$	0,7	0,95	0,6	0,8
Для НВФ				
$P_{виявл}$	0,7	0,7	0,5	0,5
$P_{ур}$	0,5	0,7	0,5	0,6

Вважаємо, що $t_{виявл} \approx 20$ хв, $t_{ур} \approx 5$ хв.

Розглядатимемо кожен окремий випадок ураження РА з боку РДГ і НВФ. Для значень інтенсивностей запишемо вирази:

$$\lambda_{nm} = \frac{P_{виявл} P_{ур}}{t_{виявл} + t_{ур}}; \quad \lambda_{npr} = 0; \quad \mu_m = \frac{1}{30}; \quad \lambda_{np} = \frac{1 - P_{виявл} P_{ур}}{40}.$$

Далі побудуємо графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$, $p_{ур}(t)$ для РДГ і НВФ та заданих $P_{виявл}$ і $P_{ур}$. Графік для НВФ за умови $P_{виявл} = 0,5$, $P_{ур} = 0,6$ практично схожий з випадком, коли $P_{виявл} = 0,5$, $P_{ур} = 0,5$.

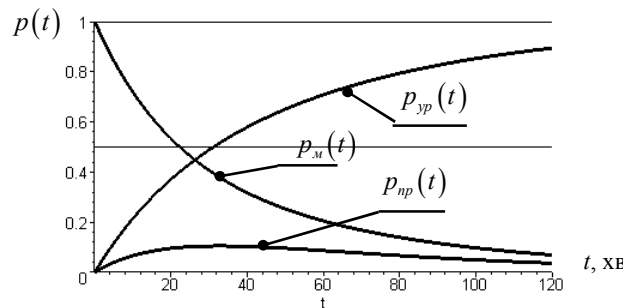


Рис. 2. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{ур}(t)$ для РДГ за умови $P_{виявл} = 0,9$, $P_{ур} = 0,7$

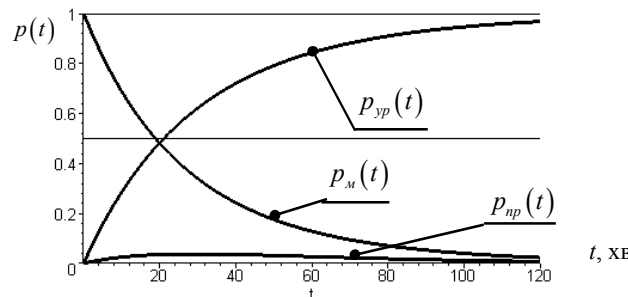


Рис. 3. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{ур}(t)$ для РДГ за умови $P_{виявл} = 0,9$, $P_{ур} = 0,95$

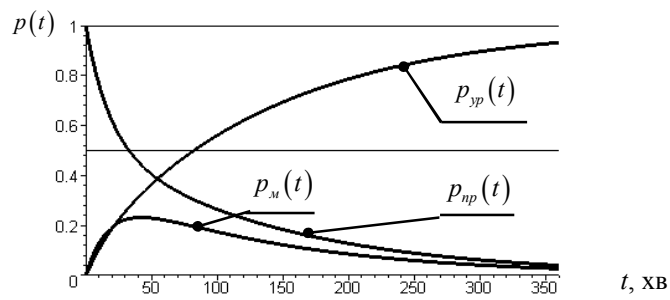


Рис. 4. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{yp}(t)$ для РДГ за умови $p_{виявл} = 0,5$, $p_{yp} = 0,6$

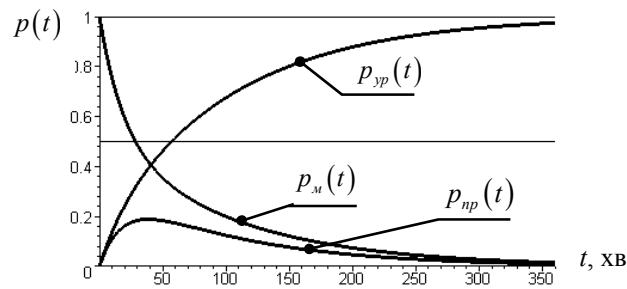


Рис. 5. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{yp}(t)$ для РДГ за умови $p_{виявл} = 0,5$, $p_{yp} = 0,8$

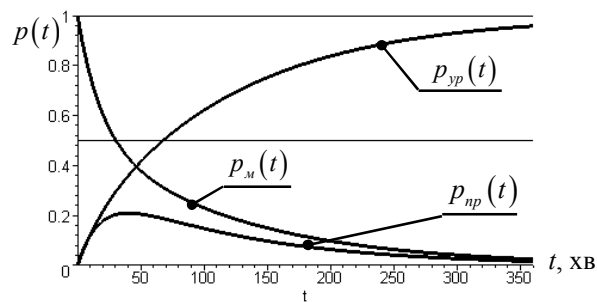


Рис. 6. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{yp}(t)$ для РДГ за умови $p_{виявл} = 0,7$, $p_{yp} = 0,5$

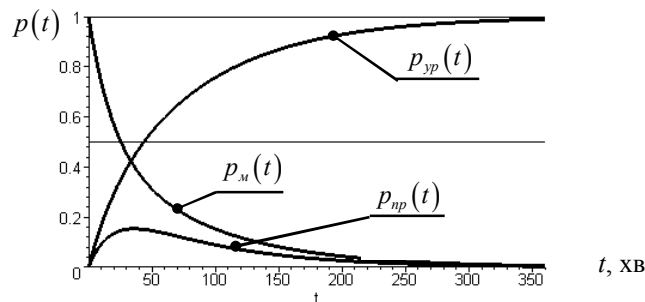


Рис. 7. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{np}(t)$ та $p_{yp}(t)$ для РДГ за умови $p_{виявл} = 0,7$, $p_{yp} = 0,7$

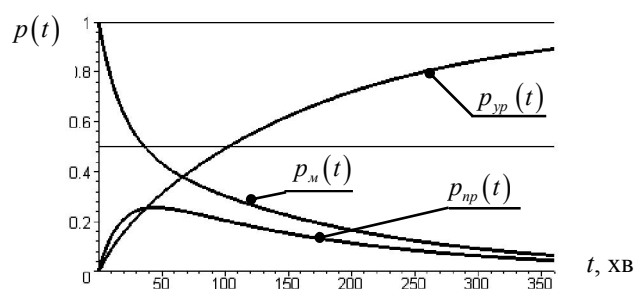


Рис. 8. Графіки функцій $p_m(t)$, $p_{нр}(t)$ та $p_{ур}(t)$ для РДГ за умови $p_{виявл} = 0,5$, $p_{ур} = 0,5$

З отриманих графіків (рис. 2 – 8) видно, яких великих значень набуває функція $p_{ур}(t)$, особливо коли ймовірності $p_{виявл}$ і $p_{ур}$ дорівнюють 0,7 і більше. Тоді ймовірність $p_{ур}(t)$ наближається до одиниці вже через 120 хв.

З графіків також видно, що зменшення $p_{виявл}$ та $p_{ур}$ до 0,5...0,7 спричинює зменшення ступеня зростання $p_{ур}(t)$ і дозволяє збільшити вісь абсцис до 360 хв. Однак необхідно відзначити, що захист РА від РДГ і НВФ є задачею, яка потребує подальших досліджень та складних розрахунків.

Нагадаємо, що для визначення інтенсивностей переходу використовувалися приблизні дані. Для реального комплексу РА визначення $p_{виявл}$ та $p_{ур}$ представлятиме складну задачу.

Висновки

Отримані графіки функцій $p_m(t)$, $p_{нр}(t)$ та $p_{ур}(t)$ для практичних значень заданих параметрів РА. Графіки наочно показують можливості практичного моделювання та аналізу експлуатації і застосування РА, що може перебувати в трьох станах: на марші, у ПР, бути ураженим.

Список використаних джерел

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель . – М. : Высш. шк., 2001. – 575 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Сов. радио, 1972. – 551 с.
3. Потапов А. Тактика антитеррора / А. Потапов. – М. : ФАИР, 2008. – 480 с.
4. Потапов П. П. Борьба с НВФ. СССР, Россия, НАТО в локальных войнах / П. П. Потапов. – Мн. : Современ. шк., 2010. – 352 с.
5. Потапов П. П. НВФ. Боевые действия на Кавказе / П. П. Потапов. – Мн. : Современ. шк., 2010. – 288 с.

Стаття надійшла до редакції 27.05.2010 р.