

Ю. А. Слюсаренко

ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Предложен вариационный метод поиска оптимальных параметров интегрально-дифференциального закона управления в процессе синтеза цифровой системы автоматизированного управления поворотом боевой гусеничной машины. Формализованы требования к системе управления в виде критерия минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала. Приведены результаты математического моделирования динамических процессов криволинейного движения гусеничной машины, подтверждающие сходимость предложенного вариационного метода поиска оптимальных параметров указанного закона управления.

Постановка проблемы. Ключевой задачей синтеза цифровой системы автоматизированного управления поворотом (САУП) боевой гусеничной машины (БГМ) с бортовыми коробками передач, построенной на базе пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора [3], является определение его оптимальных коэффициентов усиления, минимизирующих заданный функционал качества.

Поскольку классический способ управления поворотом гусеничной машины, оборудованной бортовыми коробками передач, заключается во включении $n-1$ передачи на отстающем борту и регулировании давления в бустерах для обеспечения управляемого буксования фрикционных устройств коробки передач с целью получения требуемых радиусов поворота, то система управления поворотом БГМ является структурно устойчивой. Поэтому поиск областей устойчивости параметров закона управления поворотом не актуален. Анализ качества работы САУП сводится к исследованию точности управления в повороте, которая характеризуется величиной рассогласования между расчётным $\rho_{расч}$ (4) и заданным $\rho_{зад}$ (5) кинематическими радиусами поворота БГМ. Единственным ограничением параметрического синтеза САУП является занос корпуса машины при движении в повороте вследствие юза или буксования гусениц относительно грунта.

В настоящее время на украинском рынке и, как следствие, в составе САУП, отсутствуют, удовлетворяющие требованиям стойкости, прочности и устойчивости к внешним воздействиям, инерциальные датчики линейных и угловых скоростей [4; 5], которые при установке в корпус БГМ позволили бы САУП учитывать занос корпуса машины при юзе или буксовании гусениц в процессе криволинейного движения. Поэтому режимы движения БГМ в повороте, при которых происходит занос её корпуса, можно определить и исключить только путём настройки параметров $A_{(n)}$ САУП в процессе математического моделирования криволинейного движения БГМ.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления поворотом. Стержневым функциональным элементом САУП является пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления в соответствии с которым величина управления при движении в повороте на каждой передаче определяется как:

$$\varepsilon = K_{2(n)} \cdot (\omega_{отн} - \omega_{зад(n)}) + K_{3(n)} \cdot (\dot{\omega}_{отн} - \dot{\omega}_{зад(n)}) + K_{4(n)} \cdot \int_0^t (\omega_{отн} - \omega_{зад(n)}) dt, \quad (1)$$

где n – номер текущей передачи, определяемый по сигналу с датчика; $K_{2(n)}$, $K_{3(n)}$, $K_{4(n)}$ – параметры (коэффициенты усиления) ПИД-регулятора; $\dot{\omega}_{отн}$ – производная текущего измеренного значения относительной частоты вращения ведущих колёс $\omega_{отн}$;

$$\omega_{отн} = \begin{cases} 1, & \text{при } \alpha_{ШТ} = 0 \text{ или } \omega_l = \omega_n & \text{– прямолинейное движение,} \\ \omega_l / \omega_n, & \text{при } \alpha_{ШТ} < 0 \text{ и } \omega_n \neq 0 & \text{– поворот влево,} \\ \omega_n / \omega_l, & \text{при } \alpha_{ШТ} > 0 \text{ и } \omega_l \neq 0 & \text{– поворот вправо,} \end{cases}$$

и ограничении
$$\omega_{отн} = \begin{cases} \omega_{отн}, & \text{если } 0 < \omega_{отн} \leq 1, \\ 1, & \text{если } \omega_{отн} > 1; \end{cases}$$

ω_l и ω_n – измеренные и фильтрованные значения частоты вращения левого и правого ведущих колес; $\dot{\omega}_{зад(n)}$ – производная заданного значения относительной частоты вращения ведущих колёс;

$$\omega_{зад(n)} = \begin{cases} A_{(n)} \cdot (\alpha_{ШТ})^2 + 1, & \text{при } |\alpha_{ШТ}| \leq \alpha_{n-1}; \\ A_{(n)} \cdot (\alpha_{n-1})^2 + 1, & \text{при } |\alpha_{ШТ}| > \alpha_{n-1}; \end{cases}$$

$\alpha_{ШТ}$ – измеренное значение угла поворота штурвала; α_{n-1} – угол поворота штурвала, соответствующий минимальному радиусу поворота; $A_{(n)}$ – коэффициенты, задающие крутизну поворота и определяющие зону устойчивого (без заноса) движения БГМ в повороте, настраиваются в процессе моделирования для каждой передачи.

Вариационный метод поиска оптимальных параметров закона управления. Для решения задачи поиска оптимальных параметров ПИД закона управления поворотом (1) формализуем требования к САУП в виде требований минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала (2), зависящего от $\alpha_{ШТ}(t)$, $K_{2(n)}$, $K_{3(n)}$, $K_{4(n)}$, с весовыми коэффициентами C_1 и C_2 в процессе математического моделирования соответственно правого и левого поворота БГМ на каждой n -й передаче. При этом управляющее воздействие в виде временной функции $\alpha_{ШТ}(t)$ на интервалах времени $\Delta t_1 = [t_1 \div t_2]$ (поворот вправо) и $\Delta t_2 = [t_3 \div t_4]$ (поворот влево) от процесса к процессу должно оставаться неизменным (см. рис. 1 и рис. 2), а параметры $K_{2(n)}$, $K_{3(n)}$, $K_{4(n)}$ ПИД закона управления САУП для каждой n передачи должны варьироваться.

Тогда требования к САУП можно формализовать как требование минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала [6; 7]:

$$FunkRadSQRT(\alpha_{ШТ}, K_{2(n)}, K_{3(n)}, K_{4(n)}) = \min \left\{ C_1 \cdot \int_{t_1}^{t_2} (\rho_{расч} - \rho_{зад})^2 dt + C_2 \cdot \int_{t_3}^{t_4} (\rho_{расч} - \rho_{зад})^2 dt \right\}. \quad (2)$$

Ввиду того, что требования к САУП при поворотах БГМ вправо и влево, а так же при любых заданных кинематических радиусах поворота должны быть одинаковы, положим $C_1 = C_2 = 1$, тогда аддитивный интегральный квадратичный функционал (2) можно записать как

$$FunkRadSQRT(\alpha_{ШТ}, K_{2(n)}, K_{3(n)}, K_{4(n)}) = \min \left\{ \int_{t_1}^{t_2} (\rho_{расч} - \rho_{зад})^2 dt + \int_{t_3}^{t_4} (\rho_{расч} - \rho_{зад})^2 dt \right\}. \quad (3)$$

Кинематический радиус поворота БГМ (без учёта юза и буксования гусениц) определяется известным соотношением [10]:

$$\rho = \frac{\omega_{заб} + \omega_{отст}}{\omega_{заб} - \omega_{отст}} \cdot \frac{B}{2} = \frac{1 + \frac{\omega_{отст}}{\omega_{заб}}}{1 - \frac{\omega_{отст}}{\omega_{заб}}} \cdot \frac{B}{2},$$

где $\omega_{отст}$ – частота вращения ведущего колеса “отстающего” борта БГМ; $\omega_{заб}$ – частота вращения ведущего колеса “забегающего” борта БГМ.

Расчётный кинематический радиус поворота будем вычислять по формуле

$$\rho_{расч} = \frac{1 + \omega_{отн}}{1 - \omega_{отн}} \cdot \frac{B}{2}. \tag{4}$$

По аналогии с расчётным, заданный кинематический радиус поворота БГМ будем вычислять по формуле

$$\rho_{зад} = \frac{1 + \omega_{зад(n)}}{1 - \omega_{зад(n)}} \cdot \frac{B}{2}. \tag{5}$$

В ПИД законе управления САУП присутствуют три параметра: $K_{2(n)}$ – пропорциональный, $K_{3(n)}$ – дифференциальный и $K_{4(n)}$ – интегральный.

Варьированием $K_{2(n)}$ достигается минимизация в определённых пределах абсолютного значения ошибки управления.

Варьированием $K_{3(n)}$ достигается минимизация ошибки управления за счёт учёта скоростных изменений регулируемого процесса.

Варьированием $K_{4(n)}$ достигается минимизация ошибки управления за счёт введения в закон управления суммарного абсолютного значения ошибки управления.

Из курса математического анализа [8] известно, что минимум непрерывной функции на некотором интервале достигается в точке, где её производная равна нулю. Знак производной в окрестности этой точки меняется с отрицательного на положительный.

Проводить поиск минимума функционала (3) по всем трём параметрам одновременно не целесообразно из-за взаимного их влияния на величину команд управления, формируемых САУП.

Поэтому будем последовательно варьировать с переменным шагом параметры ПИД закона управления с изменением их от нулевого значения в сторону увеличения. Значения двух других параметров постоянные.

Первым будем варьировать параметр $K_{2(n)}$ при нулевых значениях двух оставшихся, с целью поиска минимума функционала (3) и выполнении требований

$$\lim_{\Delta K_2 \rightarrow 0} \frac{\Delta FunkRadSQRT(\alpha_{шт}, K_{2(n)})}{\Delta K_2} \rightarrow 0 \text{ и } K_{3(n)} = K_{4(n)} = 0. \tag{6}$$

Вторым будем варьировать параметр $K_{3(n)}$ при новом постоянном значении параметра $K_{2(n)}$, полученном в результате предыдущего поиска (6), нулевом значении параметра $K_{4(n)}$ и выполнении требований

$$\lim_{\Delta K_3 \rightarrow 0} \frac{\Delta FunkRadSQRT(\alpha_{шт}, K_{3(n)})}{\Delta K_3} \rightarrow 0; K_{2(n)} = const \text{ и } K_{4(n)} = 0. \tag{7}$$

Третьим и последним будем варьировать параметр $K_{4(n)}$ при постоянном значении параметра $K_{3(n)}$, полученном в результате поиска (7), и постоянном значении параметра $K_{2(n)}$, полученном в результате поиска (6), и выполнении требований

$$\lim_{\Delta K_4 \rightarrow 0} \frac{\Delta \text{FunkRadSQR } T(\alpha_{\text{ШТ}}, K_{4(n)})}{\Delta K_4} \rightarrow 0; K_{2(n)} = \text{const} \text{ и } K_{3(n)} = \text{const}. \quad (8)$$

При последовательном выполнении требований выражений (6), (7) и (8) поиск абсолютного минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала (3) сводится к последовательному поиску двух локальных минимумов при варьировании параметров $K_{2(n)}$, $K_{3(n)}$ и одного глобального минимума при варьировании параметра $K_{4(n)}$. В процессе поиска минимума функционала (3) будем проверять выполнение неравенства:

$$\begin{aligned} \min \text{FunkRadSQR } T(\alpha_{\text{ШТ}}, K_{2(n)}) \geq \min \text{FunkRadSQR } T(\alpha_{\text{ШТ}}, K_{3(n)}) \geq \\ \geq \min \text{FunkRadSQR } T(\alpha_{\text{ШТ}}, K_{4(n)}). \end{aligned} \quad (9)$$

В случае невыполнения неравенства (9) варьируемый коэффициент будем приравнять нулю. Анализ структуры функционала (3) позволяет сделать вывод о том, что его абсолютный минимум равен нулю и может быть достигнут в любой момент времени на заданных интервалах $[t_1 \div t_2]$ и $[t_3 \div t_4]$ при выполнении в течение длительного времени условия $\rho_{\text{расч}} = \rho_{\text{зад}}$,

что невозможно из-за дискретности работы системы управления, нелинейности и инерционности объекта управления. Поэтому поиск минимума функционала (3) следует проводить до тех пор, пока величина усреднённой ошибки управления

$$\Delta_{(\alpha_{\text{ШТ}}, K_2, K_3, K_4)}^{\text{cp}} = \left| \frac{\sum_{i=1}^k (\rho_{\text{расч}} - \rho_{\text{зад}})}{k} \right|, \quad (10)$$

где k – количество проведенных вычислений (тактов работы САУП) на интервалах времени $[t_1 \div t_2]$ и $[t_3 \div t_4]$, при последовательном варьировании параметров ПИД закона управления станет менее некоторых значений:

$$\Delta_{(\alpha_{\text{ШТ}}, K_2)}^{\text{cp}} \leq \Delta_1,$$

$$\Delta_{(\alpha_{\text{ШТ}}, K_3)}^{\text{cp}} \leq \Delta_2,$$

$$\Delta_{(\alpha_{\text{ШТ}}, K_4)}^{\text{cp}} \leq \Delta_3.$$

Таким образом, величина Δ_1 характеризует точность работы САУП при пропорциональном законе управления, величина Δ_2 характеризует точность работы САУП при пропорционально-дифференциальном законе управления, а величина Δ_3 характеризует точность работы САУП при пропорционально-интегрально-дифференциальном законе управления.

Выводы

Математическое моделирование динамических процессов криволинейного движения боевой гусеничной машины на горизонтальной местности с различными типами грунта, оборудованной САУП, выполнялось автором на персональном компьютере под управлением ОС Microsoft

Windows Vista SP2. Програмне забезпечення розроблено автором на мові програмування Delphi 7 [9]. При побудові математичної моделі БГМ використовувалась комбінація матричного методу структурних коефіцієнтів [2] і методу розрахунок динамічних процесів в моторно-трансмисійних установках в перехідних режимах роботи [1].

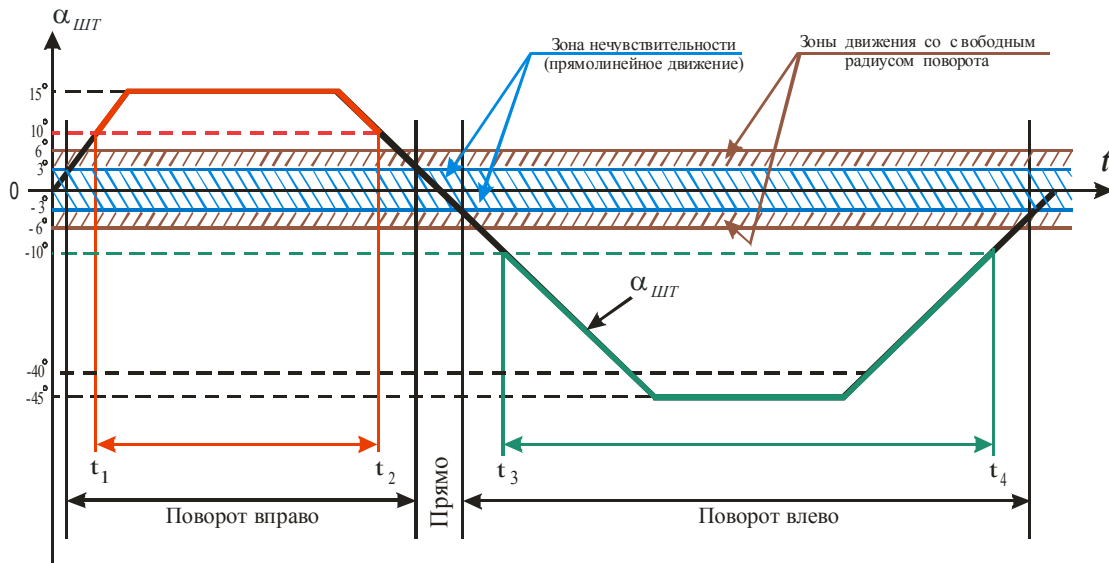


Рис. 1. Управляющее воздействие в виде временной функции $\alpha_{шт}(t)$

На рисунках 2, 3 и 4 идентификатором ρ_g обозначен радиус поворота БГМ, вычисляемый в результате интегрирования дифференциальных уравнений математической модели [1], описывающей взаимодействие корпуса и гусеничного движителя изделия с грунтом.

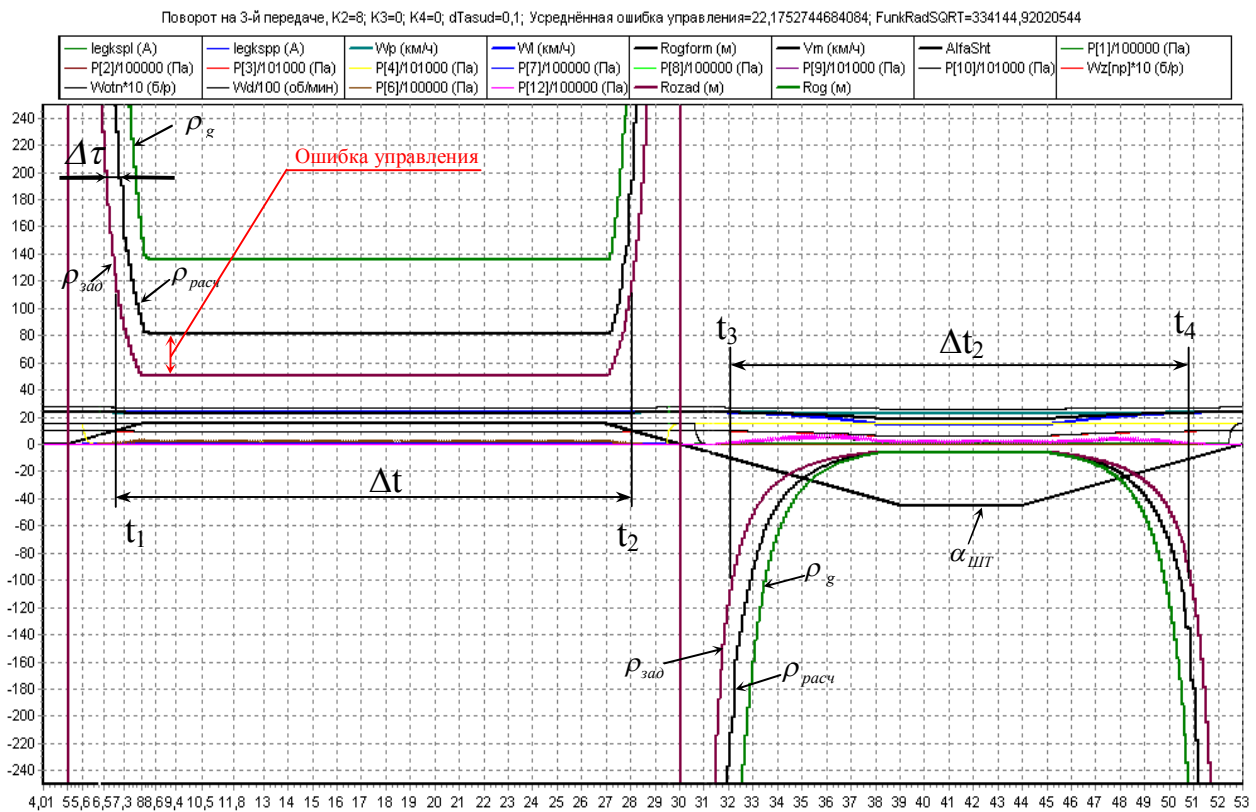


Рис. 2. Прямой ход, повороты вправо-влево при движении на 3-й передаче при пропорциональном (П) законе управления ($K_2 = 8$; $K_3 = 0$ и $K_4 = 0$), усреднённая ошибка управления составляет 22.1 м

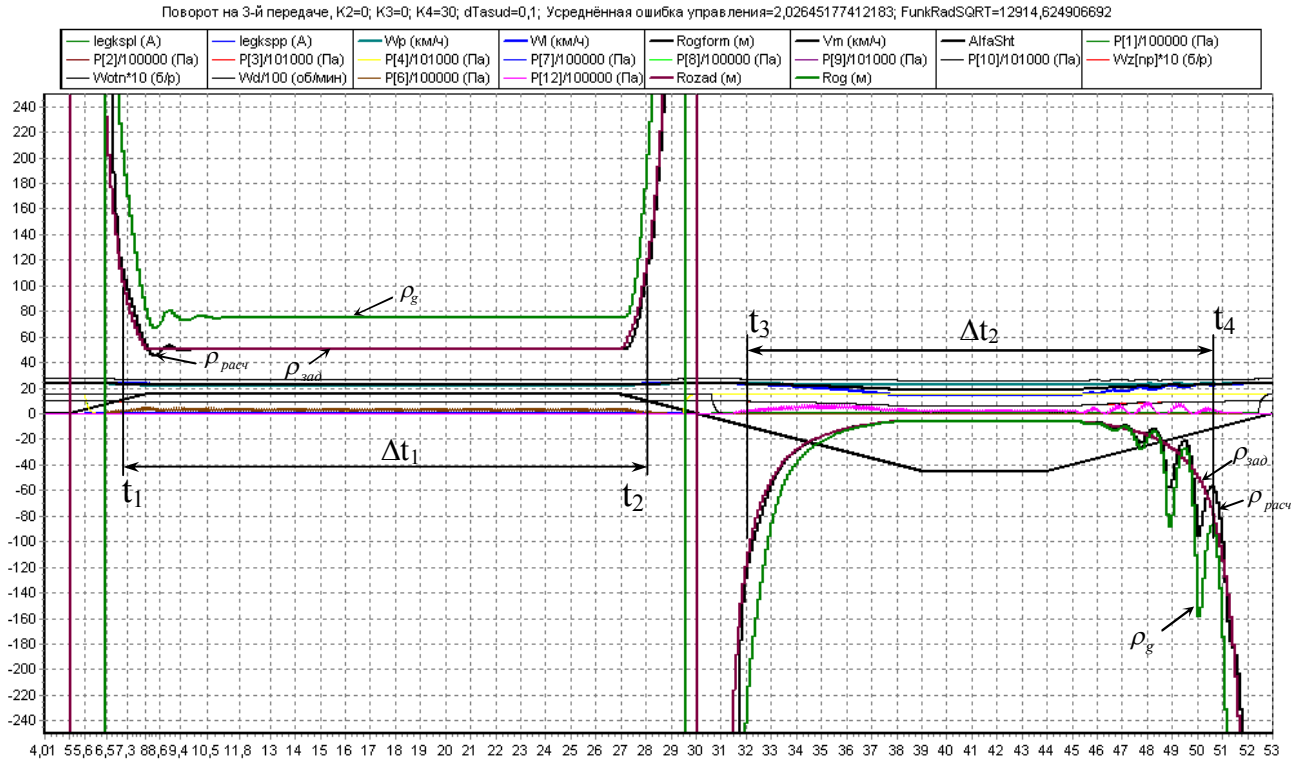


Рис. 3. Прямой ход, повороты вправо-влево при движении на 3-й передаче при интегральном (И) законе управления ($K_2 = 0$; $K_3 = 0$ и $K_4 = 30$), усреднённая ошибка управления составляет 2.03 м

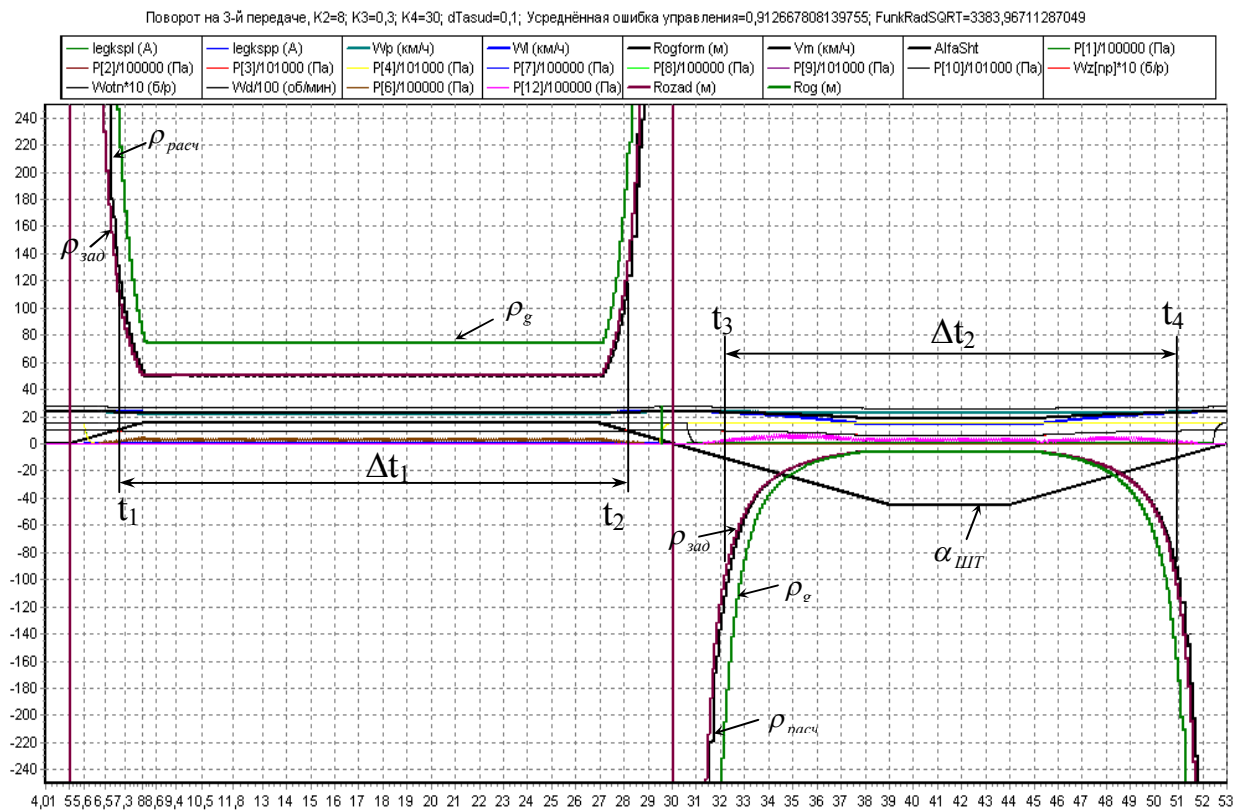


Рис. 4. Прямой ход, повороты вправо-влево при движении на 3-й передаче при пропорционально-интегрально-дифференциальном (ПИД) законе управления ($K_2 = 8.0$; $K_3 = 0.3$ и $K_4 = 30.0$), усреднённая ошибка управления менее 1 м

Как показывают результаты математического моделирования, в случае реализации в САУП БГМ только пропорциональной составляющей закона управления поворотом и определения вариационным методом оптимального параметра $K_{2(n)}$ неизменно имеет место статическая ошибка управления, которая увеличивается с увеличением абсолютного значения заданного кинематического радиуса поворота в установившемся режиме. При последующем определении вариационным методом параметра $K_{3(n)}$ и введения в закон управления дифференциальной составляющей удаётся улучшить динамику переходных режимов поворота изделия с одновременным уменьшением значений усреднённой ошибки управления и функционала. После определения вариационным методом параметра $K_{4(n)}$ и введения в закон управления интегральной составляющей удаётся существенно уменьшить значение статической ошибки управления при любых значениях заданного кинематического радиуса поворота в переходных и установившихся режимах управления поворотом.

В этом можно убедиться, например, сравнивая динамические процессы при криволинейном движении БГМ на третьей передаче, приведенные на рис. 2, 3 и 4.

На рис. 5 приведены графики, иллюстрирующие вариационный метод определения оптимальных параметров ПИД закона управления поворотом с точки зрения минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала (3) при математическом моделировании левого и правого поворотов БГМ на третьей передаче.

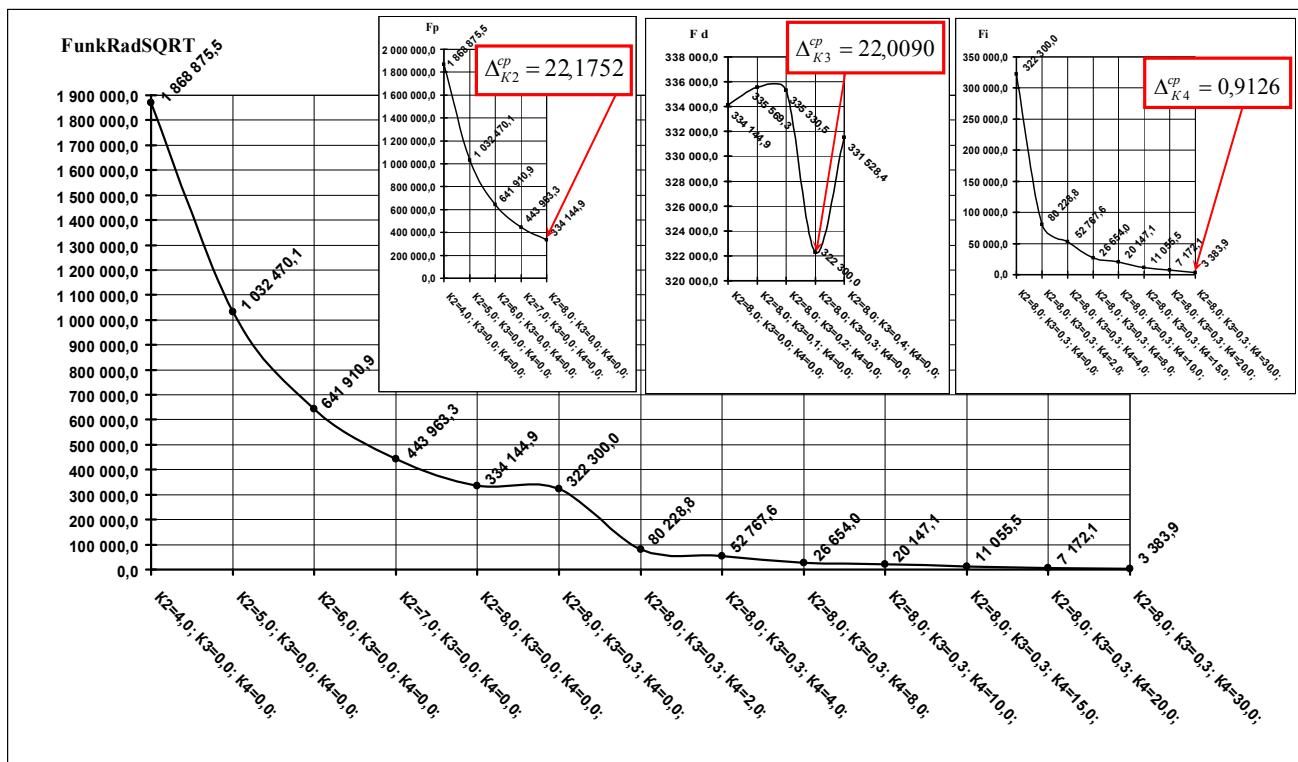


Рис. 5. Определение оптимальных коэффициентов K2, K3 и K4 ПИД закона управления в процессе поиска минимума аддитивного интегрального квадратичного функционала FunkRadSQRT для 3-й передачи при моделировании левого и правого поворотов БГМ

Стоит отметить, что увеличение значений параметров $K_{2(n)}$, $K_{3(n)}$ или $K_{4(n)}$ более значений, полученных вариационным методом, неизменно приводит к возникновению в системе управления вынужденных колебаний с возрастанием амплитуды и периодом, кратным периоду работы САУП. При этом значения функционала (3) и усреднённой ошибки управления (10) увеличиваются.

Результаты математического моделирования криволинейного движения БГМ, оборудованной САУП, на всех доступных передачах подтверждают сходимость вариационного метода поиска оптимальных параметров ПИД закона управления.

Список использованных источников

1. Трансмиссии военных гусеничных машин. Метод расчета динамических процессов в моторно-трансмиссионной установке в переходных режимах работы. Ост ВЗ-5971-85.
2. Белоутов Г. С. Метод математического моделирования переходных процессов в трансмиссиях БГМ / Г. С. Белоутов // ВБТ. – 1975. – № 5.
3. Слюсаренко Ю. А. Решение задачи плавного управления поворотом боевой гусеничной машины (БГМ), оборудованной ступенчатой реверсивной трансмиссией, путём синтеза и разработки цифровой электронной системы автоматизированного управления поворотом БГМ. / Ю. А. Слюсаренко, Ю. В. Галушка // Механіка та машинобудування, “С”: наук.-техн. журн. – Х. : НТУ “ХПІ”, 2004. – № 1.
4. Александрова И. Е. Имитационное моделирование. / И. Е. Александрова. – Х. : ХГПУ, 2000. – 92 с.
5. Слюсаренко Ю. А. Выбор параметров алгоритма управления движением гусеничной машины со ступенчатой трансмиссией // Ю. А. Слюсаренко, Е. Е. Александров, Т. Е. Александрова и др. // Інтегровані технології та енергозбереження. – 2004. – № 2. – С. 147–153.
6. Александров Е. Е. Выбор функционала качества в задачах оптимизации динамических систем / Е. Е. Александров // Проблемы оптимизации в машиностроении: тез. докл. Всесоюз. семинара-совещ. – Ч. 1. – Х. : ХПИ, 1982. – 30 с.
7. Выбор минимизируемого функционала в нелинейных задачах аналитического конструирования оптимальных регуляторов // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. – 1976. – № 5. – С. 192–198.
8. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа / Л. Д. Кудрявцев. – М. : Наука, 1989. – 736 с.
9. Хомоненко А. Delphi 7 / А. Хомоненко, В. Гофман, Е. Мещеряков, В. Никифоров – С Пб. : БХВ-Петербург, 2003. – 1216 с.
10. Фаробин Я. Е. Теория поворота транспортных машин / Я. Е. Фаробин. – М. : Машиностроение, 1970. – 176 с.

Стаття надійшла до редакції 29.04.2011 р.