

УДК 625.032

С. А. Соколовський

### ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПЛОСКИХ ВЕРТИКАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ ВІЗКА ДЛЯ ТРАНСПОРТУВАННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ВАНТАЖІВ

Розглядається побудова математичної моделі плоских вертикальних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвішування підвищеної якості.

К л ю ч о в і с л о в а: пружний елемент, небезпечний вантаж, математична модель коливань.

**Постановка проблеми.** В арсеналі пожежної та аварійно-рятувальної техніки відсутні малогабаритні несамохідні засоби транспортування небезпечних, зокрема, вибухонебезпечних вантажів. Для їх перевезення від місця знаходження до пункту утилізації запропоновано створити спеціальний візок (рис. 1), ресорне підвішування якого має параметри, що задовольняють умови безпечного транспортування, а відсутність двигуна і трансмісії обумовлює просту, надійну і, головне, недорогу конструкцію.

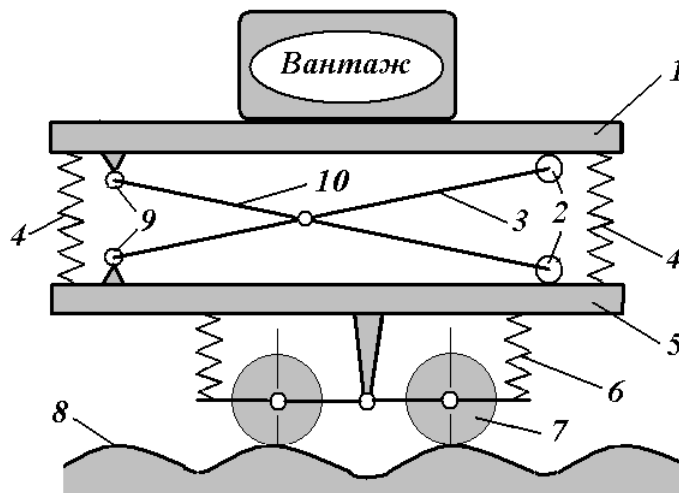


Рис. 1. Схема транспортного засобу для перевезення небезпечних вантажів:  
 1 – вантажна платформа; 2 – опорні котки; 3, 10 – важелі напрямного паралелограма;  
 4 – пружини другого ступеня підвішування; 5 – опорна платформа;  
 6 – пружини першого ступеня підвішування; 7 – колеса візка; 8 – профіль дороги;  
 9 – шарнірні кріплення важелів напрямного паралелограма

Динамічні якості сучасних транспортних систем обмежені характеристиками ресорного підвішування, що суттєво недостатні для транспортування небезпечних вантажів. Ця проблема має бути вирішена у процесі розрахунків математичної моделі запропонованої конструкції.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Конструкції та принципи складання математичних моделей і методи розрахунку систем ресорного підвішування сучасних транспортних засобів викладені в роботах [1–10].

**Виклад основного матеріалу.** Для перевезення небезпечних вантажів від місця знаходження до пункту утилізації пропонується створити спеціальний несамохідний візок, конструкція якого, на відміну від традиційного для автомобілебудування одноступеневого ресорного підвішування, має додатковий другий ступінь, динамічні характеристики якого забезпечують умови безпечного транспортування.

Маючи на увазі, що вертикальні коливання здійснюють основний вплив на динамічні властивості транспортної системи, доцільно виконати їх розрахунок на плоскій моделі (див. рис. 2).

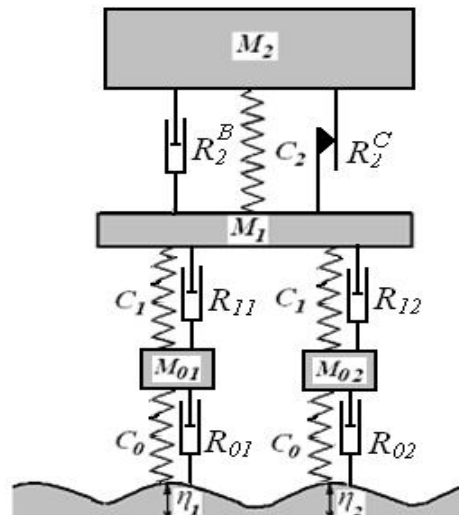


Рис. 2. Модель плоских вертикальних коливань транспортного засобу для перевезення небезпечних вантажів:

$M_2$  – маса вантажної платформи;  $C_2$  – жорсткість еквівалентної пружини другого ступеня підвішування;  
 $M_1$  – маса опорної платформи;  $C_1$  – еквівалентна жорсткість торсіонів першого ступеня підвішування;  
 $M_{01}, M_{02}$  – маси коліс візка;  $C_0$  – еквівалентна жорсткість шини;  
 $R_{01}, R_{02}$  – дисипативні сили в шинах;  $R_{11}, R_{12}$  – дисипативні сили першого ступеня ресорного підвішування;  $R_2$  – дисипативні сили другого ступеня ресорного підвішування;  $\eta$  – профіль дороги

Для побудови відповідної математичної моделі візок розглядаємо як систему пружно зв'язаних твердих тіл:

- 1) вантажна платформа разом із зведеною до неї частиною маси другого ступеня ресорного підвішування і вантажем, масу яких позначимо  $M_2$ ;
- 2) опорна платформа разом із зведеними до неї частинами маси другого та першого ступеня ресорного підвішування, масу яких позначимо  $M_1$ ;
- 3) колеса візка, попарну сумарну масу яких позначимо  $M_0$ .

Для складання математичної моделі використаємо абсолютну і локальні системи координат.

Нерухома абсолютна система координат  $\xi G \zeta$  (рис. 3) розташована на початку траєкторії, де знаходився центр мас вантажної платформи за відсутності вимушеного руху.

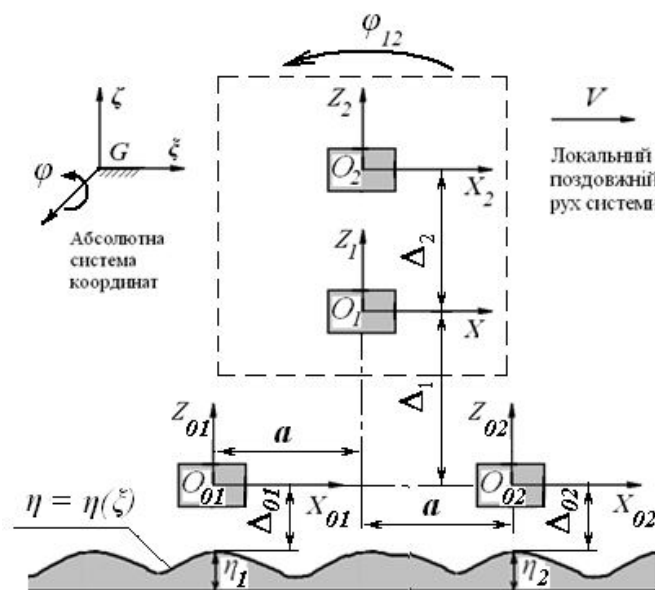


Рис. 3. Абсолютна і локальні системи координат

Локальні системи координат  $XOZ$  (з індексами), зв'язані з центрами мас відповідних твердих тіл, відповідають їх коливанням відносно положень статичної рівноваги і рухаються відносно абсолютної системи координат  $\xi G \zeta$  з постійною швидкістю  $V$ .

Таким чином, вертикальні плоскі коливання досліджуваної механічної системи визначають такі координати:

- вертикальне переміщення вантажної платформи  $Z_2$ ;
- вертикальне переміщення опорної платформи  $Z_1$ ;
- загальний кут повороту системи  $M_1+M_2$  в поздовжній площині  $\varphi_{12}$ ;
- вертикальні переміщення коліс візка  $Z_{01}$  та  $Z_{02}$ .

Поздовжній рух системи визначається рівнянням:

$$X_{01} = X_{02} = X_1 = X_2 = X = Vt, \quad (1)$$

де  $t$  – час;  $V$  – швидкість руху.

У першому ступені ресорного підвішування запропонованого транспортного засобу прийнята традиційна для автомобілебудування незалежна торсіонна підвіска кожного із чотирьох коліс візка. Попарну сумарну жорсткість торсіонів позначимо  $C_1$ .

Другий ступінь ресорного підвішування (разом із коректором жорсткості) моделюємо пружним елементом, спеціально визначену зведену жорсткість якого позначимо  $C_2=f(\Delta_2)$ . Попарну сумарну жорсткість шин позначимо  $C_0$ .

Зважаючи на значно більшу, порівняно із гумовими шинами, жорсткість поверхні дороги як збудник вимушених коливань візка приймаємо абсолютно жорсткий геометричний профіль заданої конфігурації  $\eta=\eta(\xi)$ .

Дисипативні сили, що діють в шинах візка, моделюємо як сили в'язкого тертя:

$$R_{01} = k_0 \dot{\Delta}_{01}; \quad (2)$$

$$R_{02} = k_0 \dot{\Delta}_{02}. \quad (3)$$

Дисипативні сили, що діють в першому ступені ресорного підвішування візка, також моделюємо як сили в'язкого тертя:

$$R_{11} = k_1 \dot{\Delta}_{11}; \quad (4)$$

$$R_{12} = k_1 \dot{\Delta}_{12}. \quad (5)$$

Для проведення математичного експерименту з визначення найбільш ефективного виду демпфірування вимушених коливань вантажної платформи дисипативні сили, що діють в другому ступені ресорного підвішування візка, моделюємо двома варіантами:

1) з в'язким тертям

$$R_2^B = k_2 \dot{\Delta}_2; \quad (6)$$

2) з сухим тертям

$$R_2^C = R \cdot \dot{\Delta}_2 \left| \dot{\Delta}_2 \right|^{-1}. \quad (7)$$

У формулах (2–7):  $k_0$ ,  $k_1$  та  $k_2$  – коефіцієнти в'язкого тертя;  $R$  – сила сухого тертя (Кулонова сила);  $\dot{\Delta}$  – відповідні відносні швидкості.

Для складання математичної моделі застосуємо групи рівнянь:

- рівняння кінестатики для елементів механічної системи;
- геометричні залежності, що визначають положення і відносні переміщення елементів механічної системи;
- аналітично або експериментально отримані характеристики пружних елементів механічної системи.

Диференційні рівняння коливальних процесів руху візка складаємо з урахуванням вищезазначеного, із використанням загальних положень динаміки, згідно з розподілом пружних та дисипативних сил в чотиримасовій моделі (див. рис. 4).

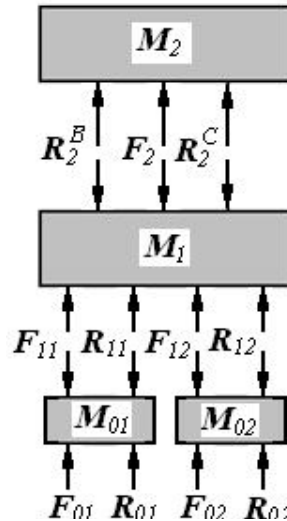


Рис. 4. Сили, що діють на елементи механічної моделі візка:

$M_2$  – маса вантажної платформи;  $F_2$  – сила пружності другого ступеня підвішування;  
 $M_1$  – маса опорної платформи;  $F_{11}, F_{12}$  – сили пружності в першому ступені підвішування;  
 $M_{01}, M_{02}$  – маса коліс візка;  $F_{01}, F_{02}$  – сили пружності шин;  $R_{01}, R_{02}$  – дисипативні сили в шинах;  
 $R_{11}, R_{12}$  – дисипативні сили в першому ступені ресорного підвішування;  
 $R_2^B, R_2^C$  – в'язкі та кулонові дисипативні сили в другому ступені ресорного підвішування

Для коліс візка:

$$M_{01}\ddot{Z}_{01} = F_{01} - F_{11} + R_{01} - R_{11}; \quad (8)$$

$$M_{02}\ddot{Z}_{02} = F_{02} - F_{12} + R_{02} - R_{12}, \quad (9)$$

де  $F_{01}, F_{11}, F_{02}, F_{12}$  – сили, що діють в пружних елементах.

$$F_{01} = C_0\Delta_{01}, \quad F_{11} = C_1\Delta_{11}; \quad (10)$$

$$F_{02} = C_0\Delta_{02}, \quad F_{12} = C_1\Delta_{12}, \quad (11)$$

де  $\Delta_{01}, \Delta_{11}, \Delta_{02}, \Delta_{12}$  – деформації пружних елементів.

$$\Delta_{01} = \eta_1 - Z_{01}. \quad (12)$$

$$\Delta_{11} = Z_{01} - Z_1 + \varphi_{12}a. \quad (13)$$

$$\Delta_{02} = \eta_2 - Z_{02}. \quad (14)$$

$$\Delta_{12} = Z_{02} - Z_1 - \varphi_{12}a. \quad (15)$$

Для опорної платформи:

$$M_1\ddot{Z}_1 = F_{11} + F_{12} - F_2 + R_{11} + R_{12} - R_2^B - R_2^C, \quad (16)$$

де  $F_2$  – сила, що діє в пружних елементах другого ступеня.

$$F_2 = C_2\Delta_2, \quad (17)$$

де  $\Delta_2$  – деформація пружних елементів другого ступеня.

$$\Delta_2 = Z_1 - Z_2. \quad (18)$$

Для вантажної платформи:

$$M_2\ddot{Z}_2 = F_2 + R_2^B + R_2^C. \quad (19)$$

Для кутового переміщення вантажної та опорної платформ:

$$I_{12}\ddot{\varphi}_{12} = -F_{11}a + F_{12}a - R_{11}a + R_{12}a, \quad (20)$$

де  $I_{12}$  – зведений момент інерції вантажної та опорної платформ;  $a$  – колісна база візка.

Після відповідних перетворень диференціальні рівняння математичної моделі плоских вертикальних коливань візка мають вигляд:

$$M_0 \ddot{Z}_{01} + (k_0 + k_1) \dot{Z}_{01} + (C_0 + C_1) Z_{01} - k_1 \dot{Z}_1 - C_1 Z_1 + k_1 a \dot{\phi}_{12} + C_1 a \phi_{12} - k_0 \dot{\eta}_1 - C_0 \eta_1 = 0; \quad (21)$$

$$M_0 \ddot{Z}_{02} + (k_0 + k_1) \dot{Z}_{02} + (C_0 + C_1) Z_{02} - k_1 \dot{Z}_1 - C_1 Z_1 - k_1 a \dot{\phi}_{12} - C_1 a \phi_{12} - k_0 \dot{\eta}_2 - C_0 \eta_2 = 0; \quad (22)$$

$$M_1 \ddot{Z}_1 + (2k_1 + k_2) \dot{Z}_1 + R \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} + (2C_1 + C_2) Z_1 - k_1 \dot{Z}_{01} - C_1 Z_{01} - k_1 \dot{Z}_{02} - C_1 Z_{02} - k_2 \dot{Z}_2 - R \dot{Z}_2 |\dot{Z}_2|^{-1} - C_2 Z_2 = 0; \quad (23)$$

$$M_2 \ddot{Z}_2 + k_2 \dot{Z}_2 + R \dot{Z}_2 |\dot{Z}_2|^{-1} + C_2 Z_2 - k_2 \dot{Z}_1 - R \dot{Z}_1 |\dot{Z}_1|^{-1} - C_2 Z_1 = 0; \quad (24)$$

$$I_{12} \ddot{\phi}_{12} + 2k_1 a^2 \dot{\phi}_{12} + 2C_1 a^2 \phi_{12} + k_1 a \dot{Z}_{01} + C_1 a Z_{01} - k_1 a \dot{Z}_{02} - C_1 a Z_{02} = 0. \quad (25)$$

### Висновки

Отримана математична модель (21–25) плоских вертикальних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів, який має двоступеневе ресорне підвищення підвищеної якості, складається із п'яти нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку, що визначають параметри вимушеного руху цієї системи в процесі коливань, спричинених геометричними нерівностями абсолютно жорсткого профілю дороги заданої конфігурації  $\eta = \eta(\xi)$ , і враховують спеціально визначену зведену жорсткість  $C_2 = f(\Delta_2)$  другого ступеня ресорного підвищення.

### Список використаних джерел

1. К разработке и исследованию виброзащитной системы с регулируемой жесткостью [Текст] / П. М. Алабужев и др. // Вопросы динамики механических систем виброударного действия. – Новосибирск, 1980. – С. 8–13.
2. Андронов, А. А. Теория колебаний [Текст] / А. А. Андронов, А. А. Витт. – М. : Физматгиз, 1959. – 915 с.
3. Болотин, В. В. Случайные колебания упругих систем [Текст] / В. В. Болотин. – М. : Наука, 1979. – 336 с.
4. Прикладные задачи теории нелинейных колебательных систем [Текст] / В. И. Гуляев и др. – М. : Высш. шк., 1989. – 383 с.
5. Бухгольц, Н. Н. Основной курс теоретической механики [Текст] / Н. Н. Бухгольц. – М. : Наука, 1972. – Ч. 1. – 468 с.
6. Лазарян, В. А. Некоторые современные проблемы динамики транспортных средств [Текст] / В. А. Лазарян // Нагруженность, прочность, устойчивость движения механических систем. – К. : Наук. думка, 1980. – С. 30–43.
7. Пановко, Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1966. – 315 с.
8. Певзнер, Я. М. Пневматические и гидравлические подвески автомобиля [Текст] / Я. М. Певзнер, А. Н. Горелик. – М. : Машгиз, 1963. – 319 с.
9. Силаев, А. А. Спектральная теория поддресоривания транспортных машин [Текст] / А. А. Силаев. – М. : Машиностроение, 1972. – 192 с.
10. Хоменко, А. П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов [Текст] / А. П. Хоменко. – Иркутск : ИГУ, 2000. – 293 с.

*Стаття надійшла до редакції 27.04.2012 р.*