

УДК 621. 438. 621. 515

В. П. Раківненко, О. М. Кириченко, П. І. Літовченко, Л. А. Гребеник

МЕТОД ЕКСПРЕС-АНАЛІЗУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОВСТОСТІННИХ ЦИЛІНДРІВ ПІДВИЩЕНОЇ МІЦНОСТІ

Пропонується методика автоматизованого розрахунку напружено-деформованого стану товстостінних циліндрів підвищеної міцності із застосуванням спеціальної комп'ютерної програми.

К л ю ч о в і с л о в а: товстостінні циліндри, задача Ламе, одношарові та складені циліндри, автофретування, умова Гадоліна, натяг, умова міцності.

Постановка проблеми. Теорія проектування товстостінних циліндрів є прикладною наукою щодо раціональних методів розрахунку та конструювання товстостінних оболонок, які знаходяться під тиском або в умовах глибокого вакууму. Такі конструкції застосовуються у атомній енергетиці, ракетно-космічній та військовій техніці, хімічній промисловості, фармацевтичному виробництві. У всіх випадках маємо задачу створення конструкцій високої міцності, надійності та довговічності.

Ще у 60-х роках XIX ст. професор Михайлівської артилерійської академії генерал від артилерії А. В. Гадолін у роботі “О сопротивлении стен орудия давлению пороховых газов” запропонував і теоретично обґрунтував можливість підвищення міцності гарматних стволів, особливо великих калібрів, шляхом вкладання циліндрів одного в інший і скріплення їх за рахунок натягу. Так були закладені основи теорії розрахунку напруженого стану складених товстостінних оболонок, які знаходяться під тиском або в умовах глибокого вакууму [1].

Отже, побудова математичної моделі напружено-деформованого стану складеного циліндра є актуальною проблемою, вирішення якої дозволяє розробити методичні та інструментальні засоби проектування конструкцій з оптимальними масово-геометричними характеристиками, що забезпечують їм необхідну довговічність.

Метою статті є побудова математичної моделі та дослідження напружено-деформованого стану складених циліндрів підвищеної довговічності на основі розробленої спеціальної комп'ютерної програми.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо товстостінний циліндр з внутрішнім радіусом r_e і зовнішнім r_3 , який в загальному випадку одночасно навантажений внутрішнім p_e і зовнішнім p_3 тиском (рис. 1, а та б).

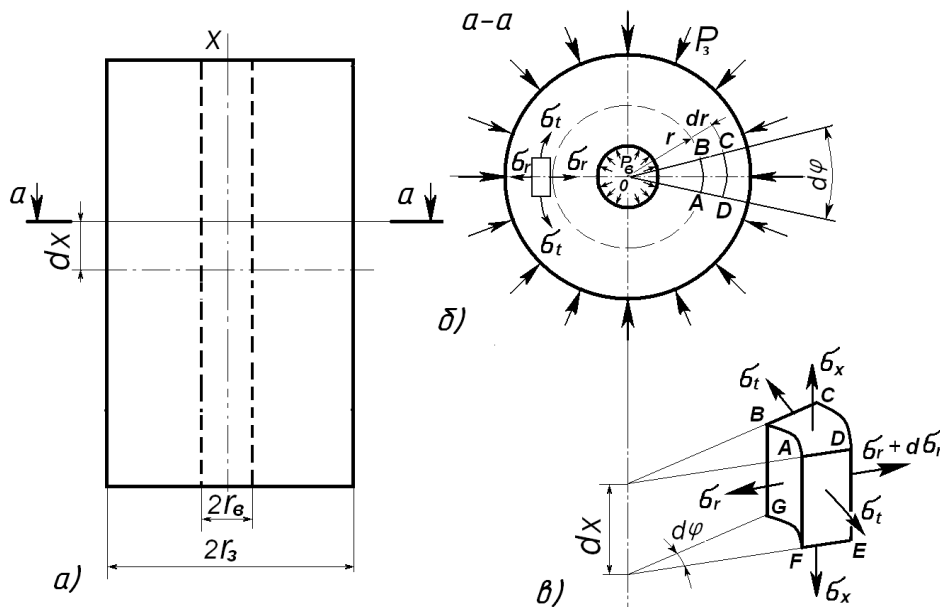


Рис. 1. До дослідження напруженого стану товстостінного циліндра

Внаслідок осової симетрії циліндра та навантажень, діючі напруження і відповідні їм деформації також симетричні його осі.

У товщі циліндра виділимо нескінченно малий елемент, який має форму криволінійного шестигранника (рис. 1, в). На його гранях діють:

- нормальні тангенціальні напруження σ_t (на площині $ADEF$);
- нормальні радіальні напруження σ_r (на площині $ABGF$); при переході від радіуса r до $r + dr$ напруження σ_r отримує прирощення $d\sigma_r$;
- нормальні осьові напруження σ_x (на грані $ABCD$), які є незмінними на осі та радіусі циліндра за наявності днищ.

Розглядаючи силову рівновагу виділеного елемента у напрямку радіуса r , після нескладних перетворень отримаємо рівняння рівноваги [3]:

$$\frac{d}{dr}(\sigma_r \cdot r) - \sigma_t = 0. \quad (1)$$

Розглядаючи деформацію виділеного елемента (рис. 2, а), отримаємо вирази відносних радіальних ε_r і тангенціальних ε_t подовжень:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_t = \frac{(r+u)d\varphi - rd\varphi}{rd\varphi} = \frac{u}{r}. \quad (3)$$

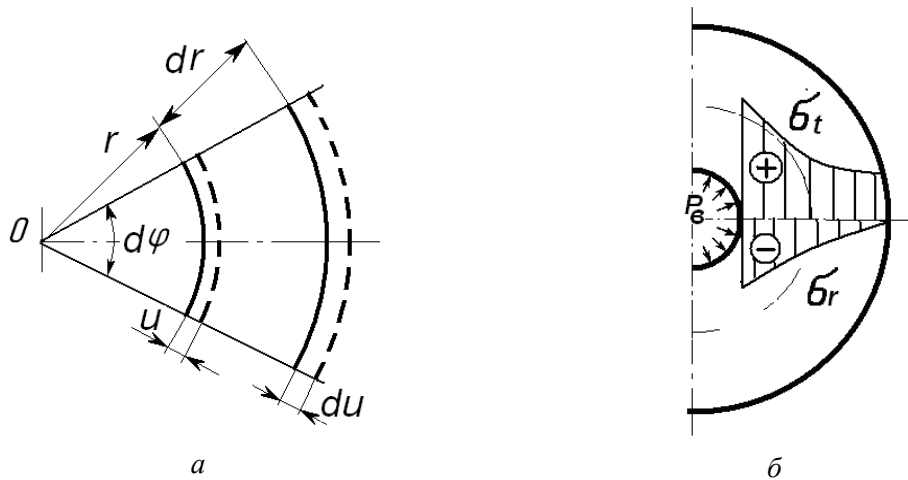


Рис. 2. Деформації елемента ствола (а) і епюри напружень σ_r та σ_t за умови внутрішнього тиску (б)

За законом Гука напруження і деформації пов'язані між собою залежностями:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_r + \mu\varepsilon_t), \quad \sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_t + \mu\varepsilon_r). \quad (4)$$

Із сумісного розв'язку рівнянь (1)...(4) отримаємо формули Ламе для визначення радіального переміщення u і напружень σ_r та σ_t :

$$u = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{k^2 \cdot p_6 - p_3}{1-k^2} r + \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_6^2 (p_6 - p_3)}{1-k^2} \cdot \frac{1}{r}, \quad (5)$$

$$\sigma_r = \frac{k^2 \cdot p_6 - p_3}{1-k^2} - \frac{r_6^2 (p_6 - p_3)}{1-k^2} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad (6)$$

$$\sigma_t = \frac{k^2 \cdot p_6 - p_3}{1-k^2} + \frac{r_6^2 (p_6 - p_3)}{1-k^2} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad (7)$$

де E і μ – відповідно модуль пружності 1-го роду і коефіцієнт Пуассона; $k = \frac{r_6}{r_3}$ – допоміжний коефіцієнт.

Зауважимо, що формули (5)...(7) записані для випадку відкритого циліндра, коли $\sigma_x = 0$.

Розглянемо два окремих випадка навантаження циліндра.

1. На циліндр діє лише внутрішній тиск, тобто $p_6 \neq 0$; $p_3 = 0$. Тоді формули (5)...(7) набувають вигляду:

$$u = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{k^2 p_6}{1-k^2} r + \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_6^2 p_6}{1-k^2} \cdot \frac{1}{r} \quad (8)$$

$$\sigma_r = \frac{k^2}{1-k^2} \left(1 - \frac{r_6^2}{r^2} \right) p_6; \quad (9)$$

$$\sigma_t = \frac{k^2}{1-k^2} \left(1 + \frac{r_6^2}{r^2} \right) p_6. \quad (10)$$

За товщиною циліндра напруження σ_r будуть стискаючими, а σ_t – розтягуючими; радіальні переміщення u збільшуються у напрямку радіуса r .

Епюри напружень σ_r і σ_t зображені на рис. 2, б. Згідно з наведеними вище формулами і епюрами, напруження змінюються за гіперболічним законом. Вони максимальні на внутрішній поверхні циліндра і мінімальні на зовнішній.

Актуальним є визначення максимального допустимого значення внутрішнього тиску p_6 циліндра за можливого збільшення його товщини.

Вважаючи, що $r \rightarrow \infty$ і $k = 0$, за формулами (9) та (10) знаходимо:

$$(\sigma_r)_{r=r_6} = -p_6; \quad (\sigma_t)_{r=r_6} = p_6.$$

Використовуючи III теорію міцності $\sigma_{екв}^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$,

де $\sigma_1 = (\sigma_t)_{r=r_6} = p_6$ і $\sigma_3 = (\sigma_r)_{r=r_6} = -p_6$, отримаємо $2p_6 \leq [\sigma]$ або

$$p_6 \leq \frac{[\sigma]}{2}, \quad (11)$$

де $[\sigma]$ – припустиме напруження.

Отже, циліндр, навіть з товстою стінкою, не в змозі витримувати тиск, більший за величину $\frac{[\sigma]}{2}$.

2. Циліндр навантажений тільки зовнішнім тиском, тобто $p_3 \neq 0$ і $p_6 = 0$.

Для цього випадку вирази напружень і переміщень (5)...(7) набувають вигляду:

$$\sigma_r = -\frac{1}{1-k^2} \left(1 - \frac{r_6^2}{r^2} \right) p_3; \quad (12)$$

$$\sigma_t = -\frac{1}{1-k^2} \left(1 + \frac{r_6^2}{r^2} \right) p_3; \quad (13)$$

$$u = -\frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{p_3}{1-k^2} r - \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r_6^2 p_3}{1-k^2} \cdot \frac{1}{r}. \quad (14)$$

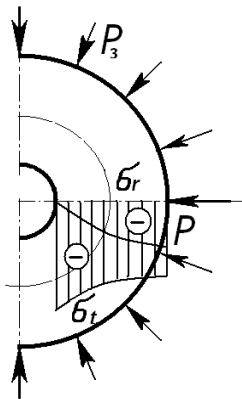


Рис. 3. Епюри напружень σ_r і σ_t при зовнішньому тиску

За формулами (12) і (13) напруження σ_r і σ_t є стискаючими. За формулою (14) переміщення u спрямоване до осі циліндра.

Епюри напружень σ_r і σ_t зображені на рис. 3. Подібно до першого випадку навантаження, найбільш небезпечними є точки внутрішньої поверхні циліндра, де σ_t досягає максимальної величини.

Раніше було показано, що міцність товстостінного циліндра під дією внутрішнього тиску обмежена величиною $\frac{[\sigma]}{2}$ навіть за будь-якого збільшення його товщини.

Пояснюється це тим, що із збільшенням радіуса циліндра напруження σ_r і σ_t швидко зменшуються і матеріал зовнішніх

шарів виявляється значно недовантаженим. Покращити розподілення напружень за товщиною можливо шляхом розвантаження внутрішніх шарів матеріалу за рахунок більш інтенсивного навантаження зовнішніх. Ефект досягається застосуванням складених циліндрів, які вставляють один в інший з натягом. Така технологія використовується в техніці високих тисків, наприклад, при посадці циліндрів двигунів у блок, при виготовленні артилерійських систем великих калібрів і т. ін. [2].

Розглянемо два циліндри, які у подальшому будуть вставлені один в інший з натягом, наприклад, шляхом термічної посадки (нагрівання циліндра 2 або охолодження циліндра 1). Внутрішній радіус циліндра 1 позначимо через r_{e1} , зовнішній – через r_{z1} . Відповідно радіуси циліндра 2 позначені r_{e2} і r_{z2} (рис. 4).

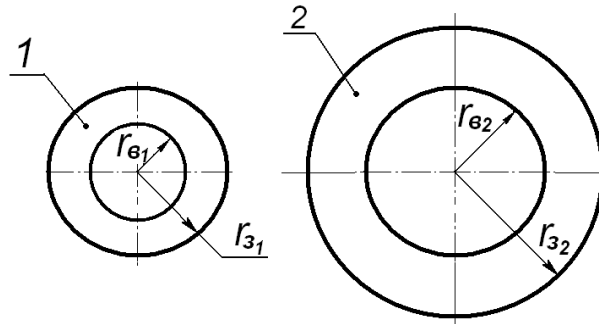


Рис. 4. Елементи складеного ствола

У результаті термічної посадки між циліндрами виникає контактний тиск p_k .

У процесі посадки радіус внутрішнього циліндра r_{z1} зменшиться і точки верхнього шару на контактній поверхні матимуть від'ємне переміщення u_1 . При цьому радіус зовнішнього циліндра r_{e2} збільшиться, і в точках його контактної поверхні виникне додаткове переміщення u_2 . Алгебраїчна сума вказаних переміщень визначатиме величину натягу Δ :

$$-u_1 + u_2 = \Delta. \quad (15)$$

Отже, у процесі посадки внутрішній циліндр знаходиться під дією зовнішнього тиску p_k , а зовнішній – під дією того ж таки тиску p_k , який є для нього внутрішнім. При цьому тангенціальні напруження σ_t для внутрішнього циліндра є стискаючими, а для зовнішнього – розтягуючими. Радіальні напруження σ_r по всій товщині є стискаючими (рис. 5, а).

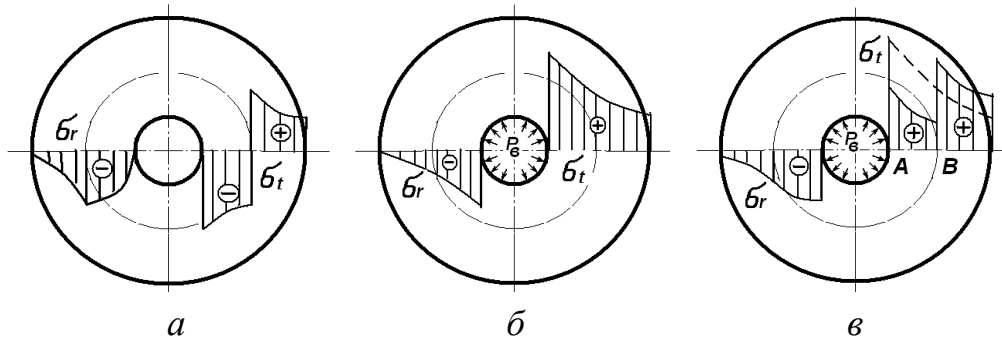


Рис. 5. Епюри напружень σ_r і σ_t у складених циліндрах

Якщо такий складений циліндр навантажити внутрішнім тиском p_e , то в ньому виникнуть додаткові стискаючі радіальні σ_r і розтягуючі тангенціальні σ_t напруження (рис. 5, б). Їх визначають за формулами (9) і (10) як для цілісного циліндра.

Тангенціальні напруження від внутрішнього тиску p_e додаватимуться до попередніх напружень від натягу Δ у зовнішньому циліндрі і відніматимуться від них у внутрішньому. Радіальні

напруження від внутрішнього тиску p_e додаватимуться до напружень від натягу Δ в обох циліндрах. Епюри сумарних напружень від дії внутрішнього тиску зображені на рис. 5, в.

Із аналізу епюр напружень випливає, що у найбільш навантажених точках A і B напруження натягу і робочі напруження мають різні знаки (див. рис. 5, а і б). Тому сумарні напруження у них зменшуються (див. рис. 5, в), і складений циліндр здатний витримувати більший внутрішній тиск, ніж монолітний.

Зауважимо, що натяг у зоні контакту може занадто перевантажити зовнішній циліндр. Бажано, щоб обидва циліндри мали однакову міцність. Цього можна досягти вибором величини натягу Δ , який відповідає діючому робочому тиску p_e , таким чином, щоб забезпечити міцність обох циліндрів. Умову рівномірності циліндрів можна записати, використавши одну з теорій міцності:

$$\sigma_{еквA} = \sigma_{еквB} \quad (16)$$

Для визначення геометричних характеристик складеного циліндра, що відповідають його мінімальній потрібній міцності, А. В. Гадолін запропонував формулу:

$$\sigma_{екв,min} = p_e \frac{r_{32}}{r_{32} - r_{e1}}, \quad (17)$$

яка має назву "умова Гадоліна". Їй відповідає співвідношення:

$$r_k = \sqrt{r_{e1} \cdot r_{32}} \quad (18)$$

Для проведення досліджень розроблена спеціальна комп'ютерна програма Cilindr, що дозволяє з високою продуктивністю у автоматизованому режимі виконувати складні багатоваріантні міцнісні розрахунки напруженого стану як монолітного, так і складеного циліндра.

Розглянемо приклад розрахунку і дослідження напруженого стану складеного циліндра за допомогою вказаної програми.

Необхідно виконати розрахунок складеного товстостінного циліндра за двома варіантами: а) циліндр виготовлений із сталі 12ХН3А; б) циліндр виготовлений зі сталі більш високої якості – 40ХНМА. Крім того, необхідно дослідити монолітний циліндр зі сталі 12ХН3А, а також два варіанти складеного циліндра, виконаного з указаних матеріалів і зібраного методом термічного складання. Навантаження у обох варіантах циліндра – динамічний тиск газів, які розширюються з великою швидкістю.

Вихідні дані:

- монолітний циліндр – труба з діаметрами $2r_e = 85$ мм і $2r_s = 200$ мм;
- максимальний тиск газів $p_e = 255$ МПа;
- матеріал труби – сталь 12ХН3А ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_e = 1200$ МПа);
- коефіцієнт запасу міцності $n = 2$.

На основі розрахунку і дослідження двошарового складеного циліндра передбачалось визначити його діаметри і параметри напруженого стану у разі використання для його виготовлення сталі 12ХН3А та сталі 40ХНМА ($\sigma_e = 1600$ МПа).

Для розрахунків застосовувалась комп'ютерна програма Cilindr, головне вікно якої зображене на рис. 6.



Рис. 6. Головне вікно програми Cilindr

Результати розрахунків у вигляді картин напруженого стану монолітного циліндра зображені на рис. 7, а.

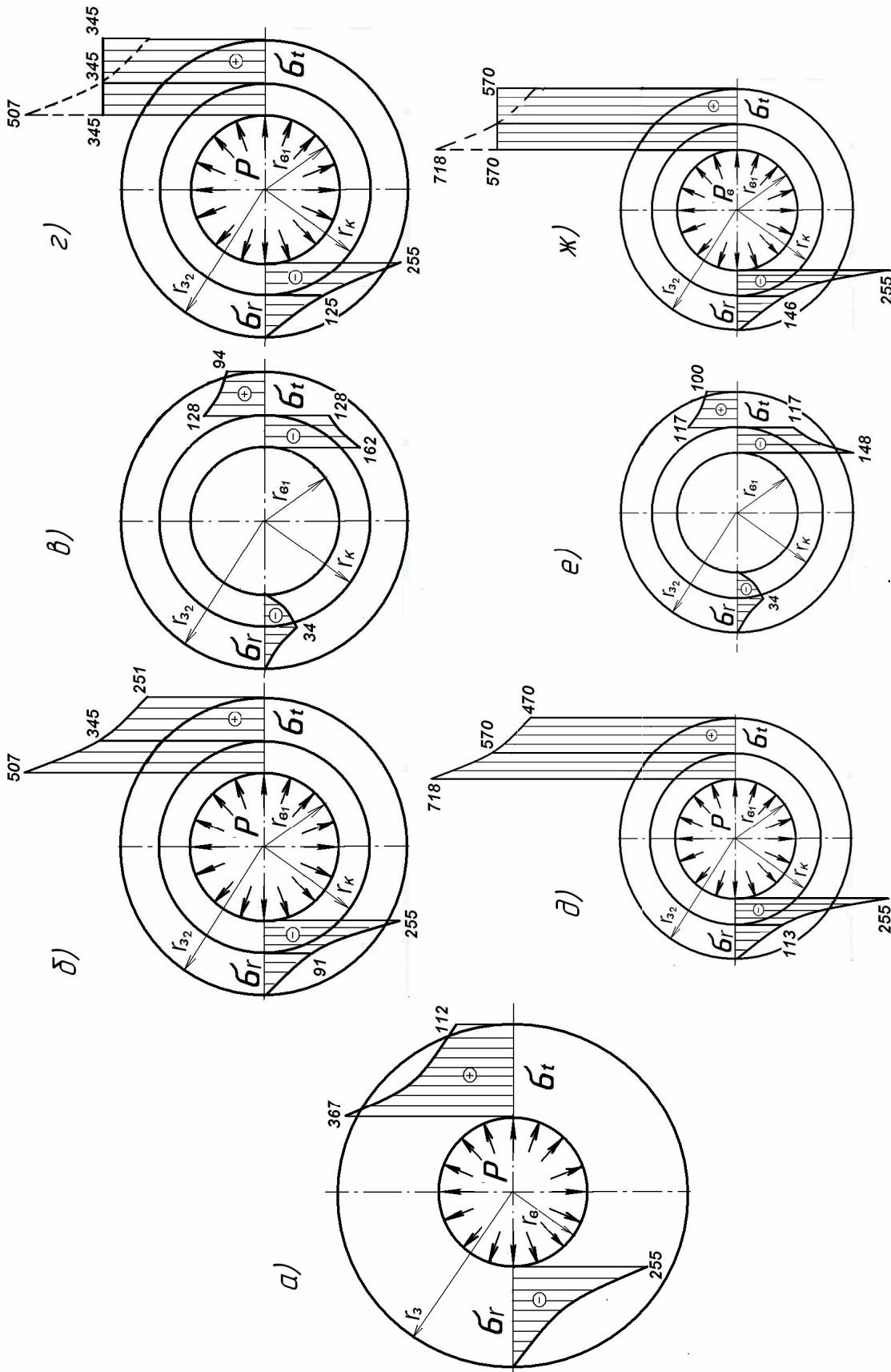


Рис. 7. Епюри напруженого стану складених товстостінних циліндрів

Результати розрахунків і досліджень складеного циліндра, виготовленого із сталі 12ХН3А, у вигляді картин напруженого стану наведені на таких рисунках:

- епюри напружень σ_r і σ_t складеного циліндра внаслідок дії тиску газів p_g – на рис. 7, б;
- епюри напружень σ_r і σ_t складеного циліндра внаслідок контактного тиску від дії натягу Δ – на рис. 7, в;
- сумарні епюри напруженого стану складеного циліндра – на рис. 7, г.

Результати розрахунків і досліджень складеного циліндра, виготовленого із сталі 40ХНМА, у вигляді картин напруженого стану наведені на таких рисунках:

- епюри напружень σ_r і σ_t внаслідок дії тиску газів p_g – на рис. 7, д;
- епюри напружень σ_r і σ_t складеного циліндра внаслідок натягу Δ – на рис. 7, е;
- сумарні епюри напруженого стану складеного циліндра – на рис. 7, ж.

За проведеним розрахунком величини діаметрів складених циліндрів такі:

- для першого варіанта $2r_g = 85$ мм, $2r_3 = 148$ мм;
- для другого варіанта $2r_g = 85$ мм, $2r_3 = 124$ мм.

Аналізуючи отримані результати, слід зазначити таке:

– згідно з умовою Гадоліна (17), на основі використання розроблених методичних і програмних засобів вдалося спроектувати конструкції рівної міцності ($\sigma_t = \text{constant}$ за всією товщиною складеного циліндра), що тотожно створенню конструкцій складених циліндрів з підвищеним терміном експлуатації;

– завдяки створенню оптимального напруженого стану зовнішній діаметр складеного циліндра зменшений для першого і другого варіантів на 52 і 76 мм відповідно, а його вага зменшена на 30...40 %.

Висновки

У результаті проведених досліджень розроблена методична база для проектування конструкцій у вигляді складених циліндрів підвищеного терміну експлуатації. Запропонований ефективний інструментарій багатоваріантних високопродуктивних автоматизованих розрахунків і досліджень – спеціальна комп'ютерна програма міцнісних розрахунків складених товстостінних циліндрів.

Перспектива розвитку напрямку досліджень. Тенденція зростання потужності та енергонасиченості сучасних машин супроводжується підвищенням максимального тиску в їх енергетичних агрегатах, що призводить до експлуатації елементів машин в умовах високої температури, температурних полів, які динамічно змінюються у часі і просторі, і як наслідок – до ускладнення картини напружено-деформованого стану, різкого зниження довговічності. Тому разом із вибором оптимальної конструктивно-силової схеми у вигляді складених циліндрів необхідно розглядати вплив температурного поля на їх довговічність. Запропонована комп'ютерна програма може бути адаптована і до розрахунку термічного напружено-деформованого стану таких конструкцій.

Запропонований метод автоматизованого розрахунку напружено-деформованого стану товстостінних циліндрів цілком придатний для експрес-аналізу бойової довговічності стволів артилерійських гармат та деяких зразків стрілецького озброєння.

Список використаних джерел

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов [Текст] / В. И. Феодосьев. – М. : Наука, 1972. – 544 с.
2. Устройство и проектирование стволов артиллерийских орудий [Текст] / Б. В. Орлов и др. – М. : Машиностроение, 1976. – 431 с.
3. Кириченко, О. М. Опір матеріалів [Текст] : навч. посіб. / О. М. Кириченко, В. П. Раківненко. – Х. : Акад. внутрішніх військ МВС України, 2012. – 437 с.

Стаття надійшла до редакції 17.09.2012 р.