

УДК 621.8



В. М. Нечипоренко



В. А. Сало



П. І. Літовченко



А. П. Горбунов

## МЕТОД АНАЛІТИЧНОГО ОПИСУ ОБЛАСТІ ІСНУВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ У АВТОМАТИЗОВАНОМУ ПРОЕКТУВАННІ ПОСАДОК З НАТЯГОМ

*Пропонується метод призначення раціональних геометричних параметрів (посадкової робочої довжини і посадкового діаметра) у автоматизованому проектуванні посадок з натягом по гладкій поверхні. На основі чисельно-аналітичних досліджень з використанням авторської комп'ютерної програми здійснено аналітичний опис області існування цих значень, які представляють собою математичну модель у двовимірній системі координат.*

*Ключові слова: посадка з натягом, автоматизоване проектування, посадкова робоча довжина, посадковий діаметр, область існування геометричних параметрів, теорія  $R$ -функцій.*

**Постановка проблеми.** Для забезпечення якості виробів технічного призначення автоматизоване проектування та пошук оптимальних параметрів нормованої точності є визначальною концепцією норм взаємозамінності для з'єднань деталей з гладкою та профільною поверхнями. Ця концепція особливо актуальна для прийняття інженером-конструктором остаточного проектного рішення, оскільки вдосконалення і застосування з'єднань з натягом у конструкціях виробів військового призначення стримуються з причини їх недостатньої вивченості.

Автоматизоване проектування з аналітичним просторовим моделюванням дозволяє прискорити конструювання виробів технічного призначення, особливо у військовій техніці та озброєнні, визначити слабкі місця виробу у процесі комплексного аналізу заданих параметрів і отриманих результатів розрахунку та приймати раціональні проектні рішення, що підтверджує актуальність даної статті.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У праці [1] розглянуто основні алгоритмічні принципи вибору допусків і посадок гладких циліндричних з'єднань, які реалізуються за допомогою відповідного програмного забезпечення, шляхом швидкого перебору табличних даних з подальшою класифікацією підібраних посадок у процесі автоматизованого розрахунку. Але при цьому в результаті розрахунку комп'ютерна програма видає лише параметри та перелік альтернативних посадок, а не конкретні рекомендації щодо остаточного проектного рішення.

Авторами у працях [2–6] попередньо проведені чисельно-статистичні дослідження на основі результатів автоматизованих розрахунків, пов'язаних з вибором раціонального проектного рішення серед альтернативних, що відповідають заданим і допустимим умовам. Для конкретного прикладу розв'язана плоска задача розрахунку посадки з натягом у координатній площині  $pN$ , де аргументом є питомий тиск  $p$  для функції натягу  $N = f(p)$  (за певних значень діаметра  $d$  і робочої довжини  $l$  з'єднання). Для цих параметрів досліджені та аналітично описані за теорією  $R$ -функцій область існування посадок з натягом, скінченна множина придатних стандартних посадок з натягом та вірогідна зона локалізації придатних посадок з натягом, в якій слід відшукати остаточне рішення. Означена зона є одним з факторів для визначення критерію оптимальності. Але визначення раціональних значень натягу та вибір стандартної посадки лише у дослідженні вузького діапазону зазначених параметрів є явно недостатніми.

У статті [7] досліджено  $n$ -параметричну модель, в якій визначено вплив посадкового діаметра на якість посадок з натягом та рекомендовані його граничні значення. Але модель досліджувалася частково, і діапазон граничних значень у ній для посадкової робочої довжини при виборі стандартної посадки чітко не визначений.

Оскільки розрахунковий натяг і питомий тиск на контактуючих поверхнях з'єднання функціонально залежать від діаметра і робочої довжини з'єднання ( $N = f(p)$ ,  $p = f(d, l)$ ), то для більш детального визначення критерію оптимальності є сенс комплексно дослідити вплив цих геометричних параметрів (у широкому діапазоні значень) на якість посадки з натягом для гладкого з'єднання.

**Метою статті** є розроблення методики математичного опису границь та області існування раціональних геометричних параметрів (значень посадкових діаметрів  $d$  і посадкових робочих довжин  $l$ ) двовимірної моделі. Значення цих параметрів мають задовольняти умови створення умовно нерухомого з'єднання – посадки з натягом.

**Виклад основного матеріалу.** Поставлена задача досліджувалась для початкових даних, наведених у працях [2–6]: осьова навантажувальна сила  $F_a = 1500$  Н; навантажувальний обертальний момент  $T = 2000$  Н·м; умовний зовнішній діаметр охоплюючої деталі  $d_2 = 130$  мм; матеріал охоплюваної деталі – сталь 45Х; матеріал охоплюючої деталі – сталь 50; діаметр внутрішньої поверхні охоплюваної деталі  $d_1 = 50$  мм.

Геометричні параметри посадки у цьому дослідженні взяті для сукупності дискретних обмежених значень:

– матриці посадкових діаметрів  $d_j = \{65, 75, 85, 95, 105, 115\}$  мм;

– матриці посадкових робочих довжин  $l_i = \{40, 50, 60, 75, 90, 125\}$  мм.

Перед початком проектування з'єднання у конструктора зазвичай виникає питання: які найефективніші геометричні розміри (робочу посадкову довжину і посадковий діаметр) слід взяти, якщо попередньо задані силові фактори (обертальний момент  $T$ , осьова сила  $F_a$ ) та граничні діаметри  $d_1$  і  $d_2$  (відповідно діаметри отворів охоплюваної і зовнішньої охоплюючої деталей).

Спочатку визначалися границі значень геометричних параметрів (посадкової робочої довжини і посадкового діаметра з'єднання) плоскої моделі в координатних осях  $ld$ , на основі якої створюється  $n$ -параметрична просторова модель, за якою в дослідженнях [8, 9] визначено роль критичної довжини  $l_{кр}$  у посадці з натягом (крива  $l$  на рис. 1) як мінімально можливого граничного значення, за якого мінімальний граничний питомий тиск дорівнює максимальному  $[p_{min}] = [p_{max}]$  та мінімальний граничний розрахунковий натяг дорівнює максимальному  $[N_{min}] = [N_{max}]$ . Інакше кажучи, для критичної довжини менше цього значення (у діапазоні  $0 < l_i < l_{кр}$ , тобто між кривою  $l$  та початком координат від осі  $Od$ ) раціональних рішень не існує, оскільки можливе руйнування найслабшої деталі з'єднання. Це можна визначити з умови

$$l_{кр} = \frac{[p_{min}]_j}{[p_{max}]} l_i, \quad (1)$$

де  $l_i$  – дискретне значення посадкової робочої довжини для взятого дискретного значення посадкового діаметра  $d_j$ .

Фактично значення  $l_i$  вибирається зі стандартизованого параметричного ряду нормальних лінійних розмірів, що в загальному випадку повинно відповідати умові  $l_{кр} \leq l_i \leq l_{max}$  ( $l_{max} \rightarrow \infty$ ) [8, 11]. Але у разі обмежених габаритів чи зменшення маси трансмісії (редуктора, коробки передач) або інших виробів з натягом, що передають обертальний момент, для визначення мінімального питомого тиску рекомендується брати значення посадкової довжини охоплюючої деталі (отвору бандажа, отвору маточини або втулки й т. п.) за певного значення діаметра з'єднання з умов

застосування матеріалів [8–10] (для сталі  $l_{p\max} \leq 4d^{0,7}$  (крива 2 на рис. 1); для чавуну  $l_{p\max} \leq 1,25d$ ; для легких сплавів  $l_{p\max} \leq 1,5d$ ; для великих згинальних навантажень і точного центрування  $l_{p\max} \leq (1,5...2)d$ ). Хоча більше цього значення робочу довжину брати можна.

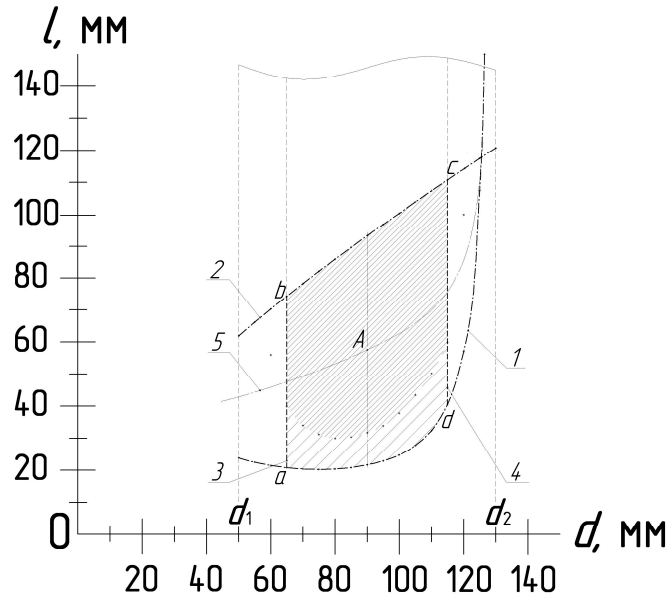


Рис. 1. Рекомендовані і допустимі границі значень області існування геометричних параметрів плоского образу  $abcd$ : 1 – крива критичних мінімально допустимих геометричних значень охоплюючої деталі з'єднання; 2 – крива максимальних рекомендованих геометричних значень охоплюючої деталі з'єднання; 3 – мінімально рекомендована границя діаметра з'єднання; 4 – максимально рекомендована границя діаметра з'єднання; 5 – крива середньої лінії плоского образу  $abcd$

Крива 5 є середньою лінією між кривими 1 і 2 плоскої фігури  $abcd$ . Знаючи функції  $l_{кр}$  (1) та  $l_{p\max}$ , вигляд яких залежить від властивостей матеріалів, значення середньої робочої довжини визначається за формулою

$$l_{сеп} = \left( \frac{l_{p\max} + l_{кр}}{2} \right). \quad (2)$$

З аналізу згаданих досліджень всі рекомендовані й допустимі граничні значення довжин залежать від діаметра з'єднання  $l = f(d)$ . Тому остання величина є визначальною у прийнятті остаточного проектного рішення.

У статтях [7, 11] досліджено вплив посадкового діаметра на якість з'єднання з натягом, де дана загальна рекомендація (з міркувань забезпечення достатньої жорсткості деталей), що його значення слід вибирати в діапазоні

$$(d_1 + 15) \leq d_j \leq (d_2 - 15), \quad (3)$$

де  $d_j$  – дискретне значення посадкового діаметра, що беруть для дискретного значення посадкової робочої довжини  $l_j$ ;  $(d_1 + 15)$  і  $(d_2 - 15)$  – відповідно мінімальна (пряма 3, рис. 1) і максимальна (пряма 4, рис. 1) рекомендовані границі діаметра з'єднання.

Для аналітичного подання плоского образу  $abcd$  в координатних осях  $ld$ , що є областю існування

геометричних параметрів (ОГП) посадок з натягом, яку позначимо  $\Omega_{ld}$  та опишемо за допомогою залежностей математичного апарату теорії  $R$ -функцій (функцій алгебри логіки) [2, 12 – 16]

$$\Omega_{ld} = \Omega_{l_1} \wedge_0 \Omega_d \wedge_0 \Omega_{l_2}. \quad (4)$$

Розкриємо символи формули (4).

$\wedge_0$  – символ  $R$ -кон'юнкції, що означає перетин множин  $\Omega_{l_1}, \Omega_d$  і  $\Omega_{l_2}$  ОГП.

$$\Omega_d = \left[ \left( \frac{(d_2 - 15) - (d_1 + 15)}{2} \right)^2 - (d - d_A)^2 \geq 0 \right] - \text{множина допустимих рекомендованих значень}$$

посадкового діаметра з'єднання у вигляді вертикальної смуги (між прямими 3 та 4).

$d$  – змінна величина, аргумент функції координатної осі  $Od$  (координата відліку значень посадкового діаметра).

$d_A$  – дійсна координата центра симетрії (точки  $A$ ) плоскої фігури  $abcd$  допустимих значень діапазону посадкового діаметра.

$(d - d_A)$  – відстань від початку координатної осі  $Od$  до координати центра симетрії (точки  $A$ ) плоскої фігури  $abcd$ ; для нашого прикладу  $(d - d_A) = 90$  мм.

$\frac{(d_2 - 15) - (d_1 + 15)}{2}$  – симетрична смугова вертикальна половина діапазону значень допустимого посадкового діаметра відносно точки  $A$ , що паралельна координатній осі  $Ol$  та перпендикулярна  $Od$ ; для будь-якої посадкової довжини  $l_i$  нашого прикладу  $\frac{(d_2 - 15) - (d_1 + 15)}{2} = 25$  мм.

$$\Omega_{l_1} = \left[ (l_{\text{сер}} - l_{\text{кр}})^2 - (l - l_A)^2 \geq 0 \right] - \text{множина допустимих значень посадкової робочої довжини}$$

з'єднання у вигляді кривої смуги (між кривими 5 і 1).

$$\Omega_{l_2} = \left[ (l_{\text{p max}} - l_{\text{сер}})^2 - (l - l_A)^2 \geq 0 \right] - \text{множина рекомендованих значень посадкової робочої}$$

довжини з'єднання у вигляді кривої смуги (між кривими 2 і 5). Зауважимо, що всі значення цієї рекомендованої множини можуть бути не більше 0. У разі забезпеченості умови міцності питомий тиск буде тим меншим, чим більша довжина з'єднання. При цьому достатньо велике значення робочої довжини є економічно недоцільним, тому є сенс взяти  $\Omega_{l_2} \geq 0$ .

$l$  – змінна величина, аргумент функції координатної осі  $Ol$  (координата відліку значень посадкової робочої довжини).

$l_A$  – дійсна координата центра симетрії (точки  $A$ ) плоскої фігури  $abcd$  допустимих значень діапазону посадкової робочої довжини.

$(l - l_A)$  – відстань від початку координатної осі  $Ol$  до координати центра симетрії (точки  $A$ ) фігури  $abcd$ . Для нашого прикладу  $(l - l_A) = 57,44$  мм.

$(l_{\text{сер}} - l_{\text{кр}})$  – крива нижня смугова частина діапазону значень допустимої посадкової робочої довжини відносно точки  $A$  (змінної ширини між кривими 5 та 1), мм.

$(l_{\text{p max}} - l_{\text{сер}})$  – крива верхня смугова частина діапазону значень допустимої посадкової робочої довжини відносно точки  $A$  (змінної ширини між кривими 2 та 5).

Рівняння множин  $\Omega_{l_1}$ ,  $\Omega_d$  та  $\Omega_{l_2}$  виведені аналогічно дослідженню параметрів питомого тиску і розрахункового натягу, розглянутого у працях [2, 3].

Для визначення умов придатності вибраної посадки рівняння плоскої області  $abcd$  набирає такого вигляду (має відповідати умові):

$$\Omega_{ld} = \left[ (l_{\text{сер}} - l_{\text{кр}})^2 - (l - l_A)^2 \right] \wedge_0 \left[ \left( \frac{(d_2 - 15) - (d_1 + 15)}{2} \right)^2 - (d - d_A)^2 \right] \wedge_0 \left[ (l_{\text{pmax}} - l_{\text{сер}})^2 - (l - l_A)^2 \right] \geq 0, \quad (5)$$

а контур-границя такої області:

$$\Gamma_{ld} = \left[ (l_{\text{сер}} - l_{\text{кр}})^2 - (l - l_A)^2 \right] \wedge_0 \left[ \left( \frac{(d_2 - 15) - (d_1 + 15)}{2} \right)^2 - (d - d_A)^2 \right] \wedge_0 \left[ (l_{\text{pmax}} - l_{\text{сер}})^2 - (l - l_A)^2 \right] = 0. \quad (6)$$

### Висновки

Таким чином, у даній статті розглянуто границі і область ОПП для посадок з натягом, що відповідають заданим умовам і допустимим критеріям придатності, які математично описані із застосуванням аналітичного апарату теорії  $R$ -функцій. При цьому у досліджувану область допустимих і рекомендованих значень ОПП, що аналітично описується множинами  $\Omega_{l_1}$ ,  $\Omega_d$  і  $\Omega_{l_2}$ , мають входити  $l_i$  і  $d_j$  вибраної посадки з натягом, що обмежені такими границями:

– кривими 1 ( $l_{\text{кр}}$  для  $\Omega_{l_1}$ ) і 2 ( $l_{\text{pmax}}$  для  $\Omega_{l_2}$ ), між якими мають бути всі раціональні значення посадкової робочої довжини, що відповідає умові

$$l_{\text{кр}} \leq l_i \leq l_{\text{pmax}}; \quad (7)$$

– множиною  $\Omega_d$ , що обмежується прямими 3 (для  $d_1 + 15$ ) і 4 (для  $d_2 - 15$ ), між якими слід шукати всі раціональні значення посадкового діаметра, що відповідає умові (3).

Досліджену модель можна розглядати як можливі проектні рішення, необхідні для визначення факторів, що створюють основу критерію оптимальності при більш широкому аналізі результатів чисельно-статистичних досліджень автоматизованого розрахунку. Відзначимо, що ця модель є основою для модернізації авторського програмного забезпечення “Pressing boarding”.

### Список використаних джерел

1. Никифоров, А. Д. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения [Текст] / А. Д. Никифоров. – Москва : Высш. шк., 2000. – 512 с.
2. Використання теорії  $R$ -функцій для створення раціональних посадок з натягом [Текст] / В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Літовченко та ін. // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2016. – Вип. 2. – С. 72–76.

3. Метод аналітичного опису кінцевої множини придатних посадок з натягом в області існування її  $n$ -параметричної моделі [Текст] / В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Літовченко, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2017. – Вип. 1. – С. 97–102.
4. Сало, В. А. Дослідження вірогідної зони придатних посадок з натягом при автоматизованому проектуванні [Текст] / В. А. Сало, А. П. Горбунов, В. М. Нечипоренко // Вісник Житомирського державного технологічного університету. – Житомир : ЖДТУ, 2017. – Вип. 2, т. 1. – С. 73–77. – (Серія “Технічні науки”).
5. Дослідження криволінійних форм вірогідної зони придатних фрикційних з’єднань [Текст] / А. П. Горбунов, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Літовченко // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2017. – Вип. 2. – С. 88–92.
6. Дослідження кругової вірогідної зони придатних посадок з натягом при аналітичному моделюванні [Текст] / В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, П. І. Літовченко та ін. // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2018. – Вип. 1. – С. 95–100.
7. Побудова  $n$ -параметричної математичної моделі раціональної посадки з натягом при її автоматизованому проектуванні для бандажних з’єднань [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2014. – Вип. 2. – С. 86–91.
8. Новий науково обґрунтований метод автоматизованого проектування посадок з натягом [Текст] / П. І. Літовченко, В. М. Нечипоренко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Харків : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 1. – С. 74–79.
9. Універсальний алгоритм вибору посадки з натягом на основі нового методу автоматизованого розрахунку її раціональних параметрів [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало, Л. П. Іванова // Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України. – Харків : Акад. ВВ МВС України, 2013. – Вип. 2. – С. 72–75.
10. Допуски и посадки [Текст] : справ. в 2-х ч. / под ред. В. Д. Мягкова. – 5-е изд., перераб. и доп. – Ленинград : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1978. – 1032 с.
11. Дослідження впливу діаметра посадки з натягом і температури нагрівання охоплювальної деталі на якість бандажного з’єднання [Текст] / В. М. Нечипоренко, П. І. Літовченко, В. А. Сало та ін. // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2015. – Вип. 2. – С. 97–102.
12. Сало, В. А. Доказательство достаточного признака сходимости метода Ритца для смешанного вариационного принципа Рейсснера [Текст] / В. А. Сало // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков, 2000. – Вып. 95. – С. 70–75.
13. Сало, В. А. О двусторонней оценке точности приближенных решений задач теории оболочек, полученных методом Ритца для неэкстремального функционала Рейсснера [Текст] / В. А. Сало // Доповіди НАН України. – Київ. – 2003. – №. 1. – С. 53–57.
14. Сало, В. А. Напряженно-деформированное состояние упругой цилиндрической панели с отверстием [Текст] / В. А. Сало, П. И. Литовченко, И. В. Чижиков // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. – Харків: НАКУ “ХАИ”, 2011. – Вып.1(65). – С. 63–70.
15. Сало, В. А. О концентрации напряжений около отверстия в упругой сферической оболочке [Текст] / В. А. Сало // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов : сб. науч. тр. – Харьков : НАКУ “ХАИ”, 2004. – Вып. 2 (37). – С. 66–72.
16. Сало, В. А. Дослідження міцності пружної циліндричної конструкції під дією локального навантаження [Текст] / В. А. Сало, В. М. Нечипоренко // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. – Харків : НАНГУ, 2017. – Вип. 2. – С. 76–82.

*Стаття надійшла до редакції 14.01.2019 р.*

УДК 621.8

В. Н. Нечипоренко, В. А. Сало, П. И. Литовченко, А. П. Горбунов

**МЕТОД АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В АВТОМАТИЗИРОВАННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ  
ПОСАДОК С НАТЯГОМ**

*Предлагается метод назначения рациональных геометрических параметров (посадочной рабочей длины и посадочного диаметра) в автоматизированном проектировании посадок с натягом по гладкой поверхности. В результате на основе численно-аналитических исследований с использованием авторской компьютерной программы осуществлено аналитическое описание области существования этих значений, которые представляют собой математическую модель в двухмерной системе координат.*

*К л ю ч е в ы е с л о в а : посадка с натягом, автоматизированное проектирование, посадочная рабочая длина, посадочный диаметр, область существования геометрических параметров, теория  $R$ -функций.*

UDC 621.8

V. M. Nechyporenko, V. A. Salo, P. I. Litovchenko, A. P. Horbunov

**METHOD OF ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE AREA OF THE EXISTENCE  
OF GEOMETRICAL PARAMETERS AT COMPUTER-AUTOMATED DESIGN  
OF INTERFERENCE FITS**

*In the offered scientific work, the method of assigning rational geometrical parameters (fitting working length and fitting diameter) of interference fits in smooth keyless and keyed cylindrical and conical compounds of general engineering and special purpose with various methods of fitting (thermal and mechanical) is considered.*

*On the basis of numerical-analytical researches obtained as a result of the calculation and selection of interference fit during their computer-automated design, and the graph of the functional dependence of the fitting working length  $l$  of the compound as the argument of the fitting diameter  $d$  was built. The geometrical image of the resulting model is a quadrangle, in which the two sides are parallel to the coordinate axis  $O_l$  and perpendicular to the axis  $O_d$ , and the other two are curvilinear (arc-shaped). Inside the contours of the model, forming the area of existence of geometric parameters, there are the design rational solutions – a lot of points of intersection of the values of the fitting working length and the fitting diameter for interference fits, among which the designer must select and assign one point.*

*The mentioned the area of the flat model in the two-coordinate measurement system is mathematically described using the analytic apparatus of the theory of  $R$ -functions.*

*The results of numerical-analytical researches obtained by the authors of the computer program “Pressing boarding” confirm the effectiveness of the proposed method for interference fits when fitting the holes of the hubs (bandages) with the shafts of mechanical gears when transmitting the joint action of axial force and torque.*

*К e y w o r d s : interference fit, computer-automated design, fitting working length, fitting diameter, area of existence of geometrical parameters, theory of  $R$ -functions.*

**Нечипоренко Володимир Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0002-4727-7344>

**Сало Валентин Андрійович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/ 0000-0003-2533-0949](http://orcid.org/0000-0003-2533-0949)

**Літовченко Петро Іванович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/ 0000-0002-4483-597X](http://orcid.org/0000-0002-4483-597X)

**Горбунов Андрій Петрович** – кандидат технічних наук, доцент, заступник начальника навчально-методичного центру – начальник навчального відділу Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/ 0000-0002-3639-7957](http://orcid.org/0000-0002-3639-7957)