



Р. А. Нанівський

АНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ ПОЗДОВЖНЬО-КУТОВИХ КОЛИВАНЬ КОЛІСНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ІЗ НЕЛІНІЙНОЮ СИЛОВОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ СИСТЕМИ ПІДРЕСОРЮВАННЯ

Досліджено вплив нелінійної відновлювальної сили пружних елементів та сили опору демпферних пристроїв системи підресорювання на поздовжньо-кутові коливання підресореної частини колісних транспортних засобів. В основу досліджень покладено ідею асимптотичного інтегрування рівнянь із степеневою нелінійністю, які описують поздовжньо-кутові коливання на основі використання спеціальних періодичних Атеб-функцій. Отримано аналітичні залежності, які визначають закони зміни базових параметрів власних затухаючих коливань підресореної частини як функції основних силових чинників системи підресорювання.

Методика, за якою виконано дослідження, може бути узагальнена для визначення реакції підресореної частини на дію поодиноких нерівностей шляху, визначення критичної швидкості стійкого руху вздовж криволінійних ділянок руху, розрахунків під час проектно-конструкторських робіт і модернізації систем підвісок чи створення програмного продукту керованої системи підресорювання.

К л ю ч о в і с л о в а: система підресорювання, поздовжньо-кутові коливання, амплітуда, частота.

Постановка проблеми. Досвід миротворчих та інших військових операцій вказує на зростаючу роль у них броньованої техніки, яка характеризується високим ступенем захисту особового складу від ураження, маневреністю та ін. Однак її система підресорювання не повною мірою захищає особовий склад від значних динамічних перевантажень під час руху по шляхах із значними нерівностями чи пересіченою місцевістю. Це, перш за все, стосується броньованих колісних транспортних засобів (БКТЗ) з шасі серійного колісного транспортного засобу (КТЗ), на яке встановлено броньований корпус. Останній не тільки значно збільшує вагу підресореної частини (ПЧ), а й впливає на низку експлуатаційних характеристик БКТЗ, таких як перевантаження водія та екіпажу, стійкість руху, керованість, зниження ефективності ведення вогню з ходу, отже, і на виконання поставленого завдання. Позбутися таких недоліків можна шляхом модернізації системи підресорювання (СП), використовуючи для вказаного типу БКТЗ амортизатори із нелінійною силовою характеристикою відновлювальної сили.

Як показують окремі дослідження, вона для малих деформацій амортизаторів характеризувалась малими значеннями відновлювальної сили і значно збільшувалась для значних їх величин.

Система підресорювання із вказаною характеристикою пружних амортизаторів здатна значно ефективніше захищати ПЧ БКТЗ від такого небажаного явища, як пробій. Однак теоретичні дослідження впливу нелінійних силових характеристик СП на коливання БКТЗ не отримали належного розвитку через суто математичні проблеми. На основі таких досліджень можна ще на стадії проектування модернізованих систем підресорювання БКТЗ вибирати такі їх характеристики, які б найбільше задовольняли визначені вимоги. Саме такі теоретичні дослідження є предметом розгляду цієї статті.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Відомо [1–5], що визначальними силовими характеристиками динаміки ПЧ КТЗ є відновлювальна сила пружних елементів підвіски та сила

© Р. А. Нанівський, 2020

опору демпферних пристроїв. Що до впливу пружних сил амортизаторів, то, як показано у працях [6–8], підвіска із лінійним законом зміни відновлювальної сили не завжди виконує свої функції. Це особливо стосується транспортних засобів, які експлуатуються у складних умовах (рух по шляхах із значними нерівностями). Основні теоретичні дослідження коливань ПЧ виконані на базі лінійних чи квазілінійних математичних моделей її динаміки [9]. Лише для випадків вертикальних чи поперечно-кутових коливань ПЧ в окремих публікаціях досліджувались питання впливу нелінійних силових характеристик пружних елементів підвіски на експлуатаційні характеристики КТЗ. Результати цих досліджень виявили не тільки відмінності коливань ПЧ із нелінійними характеристиками від коливань ПЧ за лінійною характеристикою пружних елементів, а й їх вплив на стійкість руху КТЗ [10–14] тощо. У статті зроблена спроба застосувати основні ідеї вказаних праць для дослідження поздовжньо-кутових коливань ПЧ БКТЗ, що є важливим для виконання задач забезпечення стійкості руху БКТЗ та ефективності застосування спеціального обладнання, встановленого на ньому. Саме аспекти, які стосуються поздовжньо-кутових коливань БКТЗ із нелінійною силовою характеристикою СП, є предметом розгляду даної статті, звідки випливає її актуальність.

Метою статті є розроблення аналітичного методу дослідження поздовжньо-кутових коливань ПЧ БКТЗ із нелінійною силовою характеристикою СП для надання практичних рекомендацій щодо вибору її основних силових параметрів, за яких виконуються ергономічні вимоги до експлуатації КТЗ за широкого спектра амплітуд поздовжньо-кутових коливань ПЧ.

Виклад основного матеріалу. Розрахунковою моделлю взято плоску систему, подану на рис. 1. Вона складається із підресореної частини 1 і не підресореної частини 2, які взаємодіють між собою за допомогою системи підвіски (пружних елементів 3 та демпферних пристроїв 4).

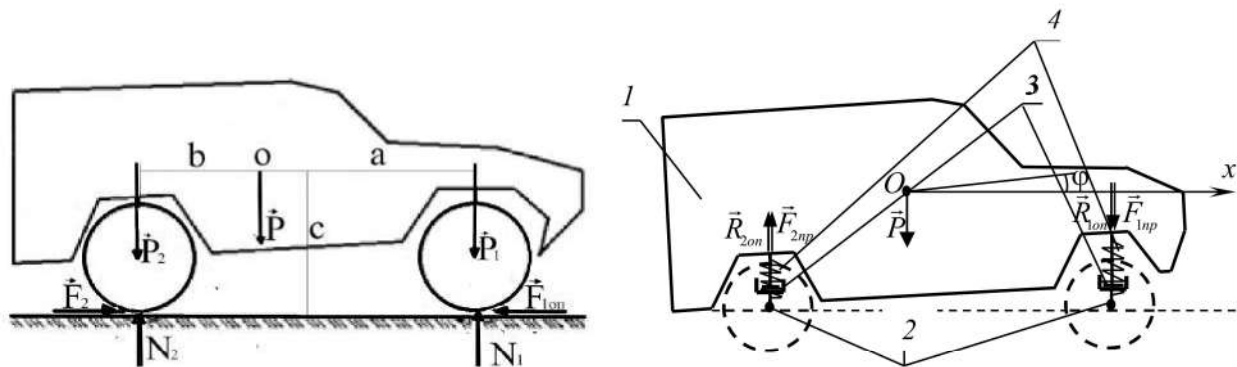


Рис. 1. Розрахункова модель та розподіл зовнішніх сил, що діють на БКТЗ та ПЧ

Основні припущення та обмеження щодо розрахункової моделі:

- система підвіски характеризується пружними силами та силами опору, які описуються залежностями $F_{i,пр} = c_i \Delta_i^{v+1}$, $R_{оп} = \alpha_i \dot{\Delta}_i^{s+1}$, де c_i, α_i, s – сталі, Δ_i та $\dot{\Delta}_i$ відповідно деформація пружних елементів і її швидкість ($i=1$ для передньої та $i=2$ для задньої підвіски);
- максимальне значення пружної сили СП під час відносних поздовжньо-кутових коливань ПЧ є значно більшою величиною ніж максимальне значення сили опору демпферних пристроїв;
- цент ваги ПЧ відносно бази автомобіля визначається параметрами a, b, c (рис. 1);
- відносне горизонтальне переміщення центра ваги ПЧ є малою величиною, і ним у процесі вивчення її руху будемо нехтувати;
- деформація шин під час руху БКТЗ пересіченою місцевістю є малою величиною, порівняно з деформацією пружних елементів, її у роботі також можна не враховувати;
- ПЧ під час руху БКТЗ здійснює малі коливання навколо центра ваги O , її положення однозначно визначається кутом повороту $\varphi(t)$;
- розглядається рух БКТЗ по шляху зі сталою швидкістю ($F_2 = F_{1,тр}$, $F_{1,тр}$ – сила опору, F_2 – рушійна сила).

– питання впливу нерівностей шляху на коливання ПЧ не розглядаються, вони можуть бути предметом окремих досліджень; вважається, що внаслідок наїзду на нерівність ПЧ отримала початкове збурення руху (початкову амплітуду коливань).

Із наведеного випливає, що для нашого випадку коливань мають справджуватись вирази $c_2 = a/bc_1$, $(c_1 + c_2)\Delta_{ст}^{v+1} = P$, де P – вага ПЧ БКТЗ; $\Delta_{ст}$ – статична деформація пружних елементів.

Задача полягає в отриманні залежностей, які описують основні параметри поздовжньо-кутових коливань ПЧ і одночасно є основою для визначення силових характеристик СП.

Виконати таку задачу допоможе диференціальне рівняння поздовжньо-кутових коливань ПЧ БКТЗ

$$I_o \ddot{\varphi} = -a(F_{1np} + R_{1он}) - b(F_{2np} + R_{2он}) \quad (1)$$

та його розв’язок. Це і є основним завданням.

У рівнянні (1) I_o – момент інерції ПЧ відносно горизонтальної осі, яка проходить через центр її ваги і перпендикулярна до вектора швидкості переносного руху КТЗ, тобто $I_o = P/(3g)(a^2 + b^2 + c^2/4)$, де $\varphi(t)$ – відхилення в довільний момент часу від рівноважного положення ПЧ. У випадку малих коливань ПЧ відносно системи відліку із початком у положенні статичної рівноваги ПЧ величини пружних сил та сил опору можна записати так:

$$\begin{aligned} F_{1np} &= c_1 (\varphi a - \Delta_{ст})^{v+1}, \quad F_{2np} = c_2 (\varphi b + \Delta_{ст})^{v+1}, \\ R_{1он} &= \alpha_1 a^{s+2} (\dot{\varphi}(t))^{s+1}, \quad R_{2он} = \alpha_2 b^{s+2} (\dot{\varphi}(t))^{s+1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Це дозволяє диференціальне рівняння (1) записати у вигляді

$$I_o \ddot{\varphi} + (c_1 a^{v+2} + c_2 b^{v+2}) \varphi^{v+1} = (v+1) \Delta_{ст} (c_1 a^{v+1} - c_2 b^{v+1}) \varphi^v - [\alpha_1 a^{s+2} + \alpha_2 b^{s+2}] \dot{\varphi}^{s+1}. \quad (3)$$

Визначити його точний розв’язок не вдається. Однак накладені вище обмеження щодо внутрішніх силових чинників БКТЗ дозволяють використати для нього загальні ідеї методів збурень [6, 7]. Ефективність їх використання значно залежить від можливості визначення розв’язку незбуреного аналога рівняння (3), тобто

$$I_o \ddot{\varphi}_0 + (c_1 a^{v+2} + c_2 b^{v+2}) \varphi_0^{v+1} = 0. \quad (4)$$

Рівняння (3) та (4) будуть описувати коливальний процес ПЧ, якщо параметр $v+1$ у них визначається співвідношенням $v+1 = (2m+1)/(2n+1)$, ($m, n = 0, 1, 2, \dots$) [15]. До того ж періодичний розв’язок рівняння (4) у вказаному випадку виражається через періодичні Атеб-функції [15, 16] у вигляді

$$\varphi_0(t) = a_\varphi ca(v+1, 1, \omega(a_\varphi) t + \theta), \quad (5)$$

де a_φ , $\omega(a_\varphi) = \sqrt{(c_1 a^{v+2} + c_2 b^{v+2})(v+2)/(2I_o) a_\varphi^{\frac{v}{2}}}$ – відповідно амплітуда та частота власних коливань поздовжньо-кутових коливань ПЧ; $\omega(a_\varphi) t + \theta$ – їх фаза.

Частоту власних коливань можна замінити більш зручною залежністю, виходячи із таких міркувань: якщо параметри жорсткості пружних елементів СП КТЗ c_1 , c_2 зв’язані співвідношенням $c_2 = \kappa c_1$ ($\kappa = a/b$ – відома стала), то більш доцільно використати поняття статичної деформації пружних елементів системи підресорювання $\Delta_{ст}$. У такому разі $c_1 = P / ((1 + \kappa) \Delta_{ст}^{v+1})$, а частота власних коливань набуває значення

$$\omega(a_\varphi) = \sqrt{P(a^{v+2} + \kappa b^{v+2})(v+2) / (2(1+\kappa)I_0 \Delta_{\text{ст}}^{v+1})} a_\varphi^{\frac{v}{2}}. \quad (6)$$

Якщо врахувати, що використані періодичні Атеб-функції $2\Pi = 2\sqrt{\pi}\Gamma(1/(v+2))\Gamma^{-1}(1/2+1/(v+2))$ є періодичними за фазою, то власна частота f у герцах визначається залежністю

$$f = \frac{1}{2\Pi} \sqrt{3g(v+2)(a^{v+2} + \kappa b^{v+2}) / (2(1+\kappa)(a^2 + b^2 + c^2/4)\Delta_{\text{ст}}^{v+1})} a_\varphi^{\frac{v}{2}}.$$

На рисунку 2 для різних значень силових характеристик СП подано залежність власної частоти f коливань від амплітуди за таких значень параметрів: $a = c = 1$ м, $b = 1,1$ м, $\kappa = 1,2$, $\Delta_{\text{ст}} = 0,2$ м, $\Delta_{\text{ст}} = 0,15$ м і $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = \frac{2}{3}$, $\nu_3 = \frac{2}{5}$, $\nu_4 = \frac{2}{9}$ для прогресивної та $\Delta_{\text{ст}} = 0,3$ м, $\Delta_{\text{ст}} = 0,2$ м, $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = \frac{-2}{3}$, $\nu_3 = \frac{-2}{5}$, $\nu_4 = \frac{-2}{9}$ регресивної підвісок.

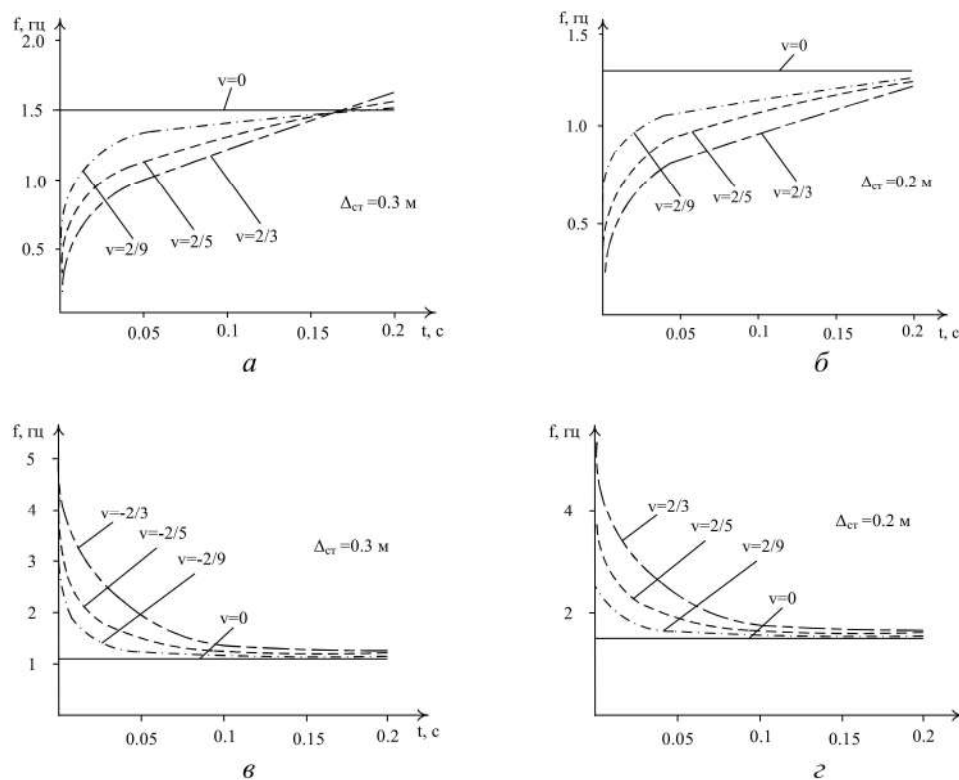


Рис. 2. Залежність частоти власних поздовжньо-кутових коливань ПЧ від амплітуди за різних значень силових характеристик СП із прогресивним (а, б) та регресивним (в, г) законами зміни пружної сили

Подані співвідношення та побудовані на їх основі графічні залежності показують одну із принципових різниць коливань ПЧ КТЗ із нелінійною характеристикою підвіски у порівнянні з її лінійним аналогом: частота власних коливань ПЧ КТЗ залежить від амплітуди. До того ж для СП із прогресивною характеристикою пружних елементів системи підресорювання більшим значенням амплітуди поздовжньо-кутових коливань відповідає більше значення власної частоти, для регресивної – навпаки: більшим значенням амплітуди відповідає менше значення власної частоти. Прогресивна характеристика СП більшою мірою задовольняє ергономічні умови експлуатації БКТЗ. Що стосується динамічного перевантаження, яке діє на людину під час

поздовжньо-кутових коливань на відстані d від центра ваги підресореної частини, то ця характеристика динаміки БКТЗ визначається за залежністю $w = d\sqrt{\ddot{\phi}_0^2 + \dot{\phi}_0^4}$. Беручи до уваги залежності (5) та (6), а також обмежуючись у залежності для прискорення точки ПЧ БКТЗ максимальною її дотичною величиною, отримаємо $\bar{w} = 2da_\varphi\omega^2(a_\varphi)/(\nu + 2)$. Якщо врахувати, що для СП із лінійною характеристикою відновлюючої сили ($\nu = 0$) максимальне значення вказаної величини дорівнює $\bar{w}_l = 3gda_\varphi(a^2 + \kappa b^2)/((1 + \kappa)(a^2 + b^2 + c^2/4)\Delta_{ст})$, то для порівняльної оцінки впливу нелінійної характеристики СП на перевантаження у випадку коливань, що розглядаємо, отримаємо залежність

$$\eta = \frac{\bar{w}}{\bar{w}_l} = \frac{(a^{\nu+2} + \kappa b^{\nu+2})}{(a^2 + \kappa b^2)} \left(\frac{a_\varphi}{\Delta_{ст}} \right)^\nu \quad (7)$$

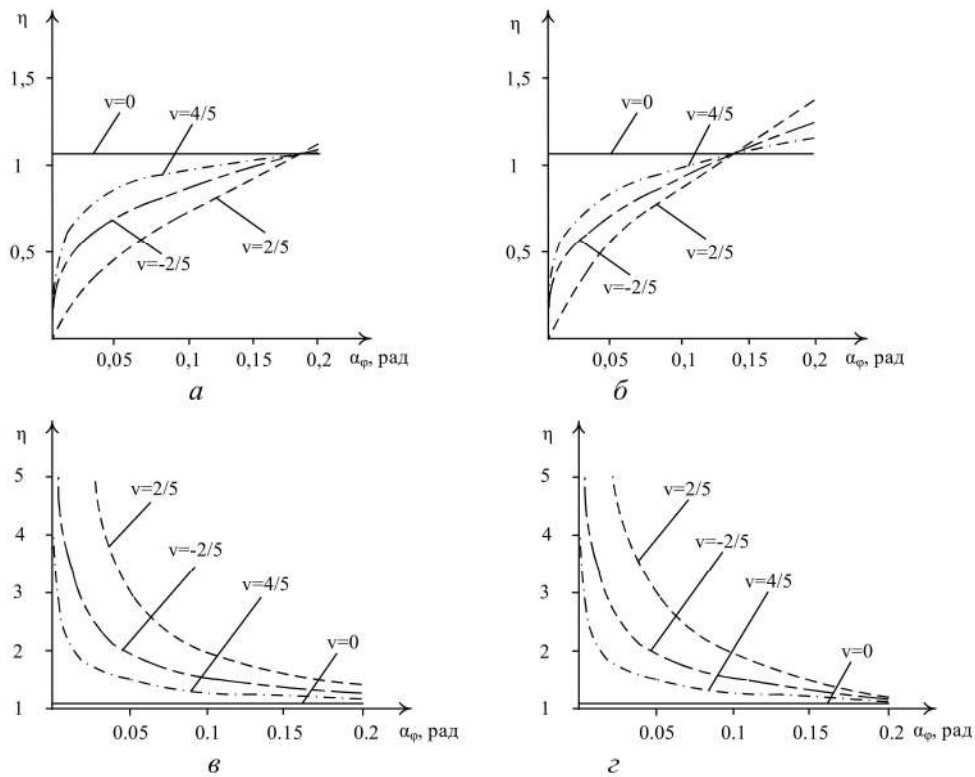


Рис. 3. Залежність коефіцієнта відносного перевантаження від амплітуди поздовжньо-кутових коливань ПЧ для прогресивної (а, б) та регресивної (в, з) характеристики СП БКТЗ.

Із наведеного випливає, що перевантаження КТЗ у випадку прогресивної силової характеристики СП є меншим, ніж перевантаження у її лінійного аналога, за великих статичних деформацій і більшим для значних амплітуд коливань та малих статичних деформацій СП. У випадку регресивної силової характеристики динамічне перевантаження є більшим, ніж у лінійного аналога силової характеристики СП.

Що стосується впливу сил опору на динаміку ПЧ, то він, як і для випадку лінійної сили опору, проявляється у затуханні амплітуди поздовжньо-кутових коливань. Швидкість затухання амплітуди найпростіше знайти, поширюючи основну ідею методу Ван-дер-Поля [17, 18, 19] на вказаного типу системи. А саме: перше асимптотичне наближення, яке описує поздовжньо-кутові коливання ПЧ з урахуванням сил опору, подамо у вигляді

$$\varphi_0(t) = a_\varphi(t)ca(v+1,1,\omega(a_\varphi)t + \theta(t)), \quad (8)$$

де $a_\varphi(t)$ та $\theta(t)$ – невідомі змінні в часі функції, закони зміни яких визначаються правою частиною рівняння (5).

Для їх визначення, диференціюючи залежність (8) за часом, маємо $\frac{d\varphi_0}{dt} = -2/(v+2)\omega(a_\varphi)sa(1,v+1,\omega(a_\varphi)t + \theta)$. Подібним чином знаходимо і першу похідну за часом збуреного руху

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{2a_\varphi}{v+2}\omega(a_\varphi)sa(1,v+1,\omega(a_\varphi)t + \theta) + \frac{da_\varphi}{dt}ca(v+1,1,\omega t + \theta) - \frac{2}{v+2}\frac{d\theta}{dt}\omega(a)sa(1,v+1,\omega t + \theta). \quad (9)$$

Після наступного диференціювання наведеної залежності, враховуючи, що $\frac{da_\varphi}{dt}ca(v+1,1,\omega t + \theta) = \frac{2}{v+2}\frac{d\theta}{dt}\omega(a)sa(1,v+1,\omega t + \theta) = 0$, маємо

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = & -\frac{2a_\varphi\omega^2(a_\varphi(t))}{v+2}ca^{v+1}(v+1,1,\omega(a_\varphi(t))t + \theta(t)) - \frac{2}{v+2} \times \\ & \times \frac{da_\varphi}{dt} \left[\omega(a_\varphi(t)) + a \frac{d\omega(a_\varphi)}{da_\varphi} \right] sa(1,v+1,\omega(a_\varphi(t))t + \theta(t)) - \frac{2\omega(a_\varphi(t))}{v+2} \frac{d\theta}{dt} ca(v+1,1,\omega(a_\varphi(t))t + \theta(t)). \end{aligned} \quad (10)$$

Легко переконатись, що співвідношення $\omega(a_\varphi) + a_\varphi \frac{d\omega(a_\varphi)}{da_\varphi}$ можна замінити простішим, а саме таким: $(v+2)\omega(a_\varphi)/2$. Це дозволяє отримати із диференціального рівняння (3) співвідношення, яке описує поздовжньо-кутові коливання ПЧ, – звичайне диференціальне рівняння першого порядку, що зв'яже амплітуду та фазу поздовжньо-кутових коливань збуреного руху

$$\frac{da_\varphi}{dt} sa(1,v+1,\omega(a_\varphi)t + \theta) + \frac{d\varphi}{dt} \frac{2}{v+2} a_\varphi ca^{v+1}(v+1,1,\omega(a_\varphi)t + \theta) = \bar{f}(a_\varphi, \bar{\theta}), \quad (11)$$

де $\bar{\theta} = \omega(a_\varphi)t + \theta$, $\bar{f}(a_\varphi, \bar{\theta})$ відповідає значенню правої частини рівняння (3) за умови, що функція $\varphi(t)$ та її перша похідна визначаються відповідно до незбуреного руху. У сукупності наведене вище дозволяє знайти співвідношення, які описують закони зміни амплітуди і частоти коливань ПЧ у вигляді

$$\frac{da_\varphi}{dt} = -\frac{1}{\omega(a_\varphi)} sa(1,v+1,\bar{\theta}) \bar{f}(a_\varphi, \bar{\theta}); \quad \frac{d\theta}{dt} = -\frac{(v+2)}{2a_\varphi\omega(a_\varphi)} ca(v+1,1,\bar{\theta}) \bar{f}(a_\varphi, \bar{\theta}). \quad (12)$$

Отриману систему диференціальних рівнянь можна значно спростити, виходячи із таких міркувань: величини зміни амплітуди та частоти коливань за один період є малими, оскільки максимальне значення сил опору значно менше ніж максимальне значення відновлювальної сили амортизаторів. Це є підставою для усереднення [8] за фазою прямих частин рівняння (12)

$$\frac{da}{dt} = -\frac{(\alpha_1 a^{s+2} + \alpha_2 b^{s+2})k_\varphi}{2\Pi_0} \left(\frac{2a_\varphi\omega(a_\varphi)}{(v+2)} \right)^{s-1} \Gamma\left(\frac{1}{v+2}\right) \Gamma\left(\frac{s+2}{2}\right) \Gamma^{-1}\left(\frac{1}{v+2} + \frac{s+2}{2}\right), \omega(a_\varphi) = \sqrt{P(a^{v+2} + kb^{v+2})(v+2) / (2(1+k)M_0\Delta_{ст}^{v+1})} k_\varphi^{\frac{v}{2}}. \quad (13)$$

На рис. 4 зображено залежність амплітуди та частоти поздовжньо-кутових згасаючих коливань підресореної частини за таких значень параметрів: $s=3\Delta_{cr}=0.2$ м, $\nu=0$, $\nu=-2/5$, $\nu=2/5$, $\nu=4/5$.

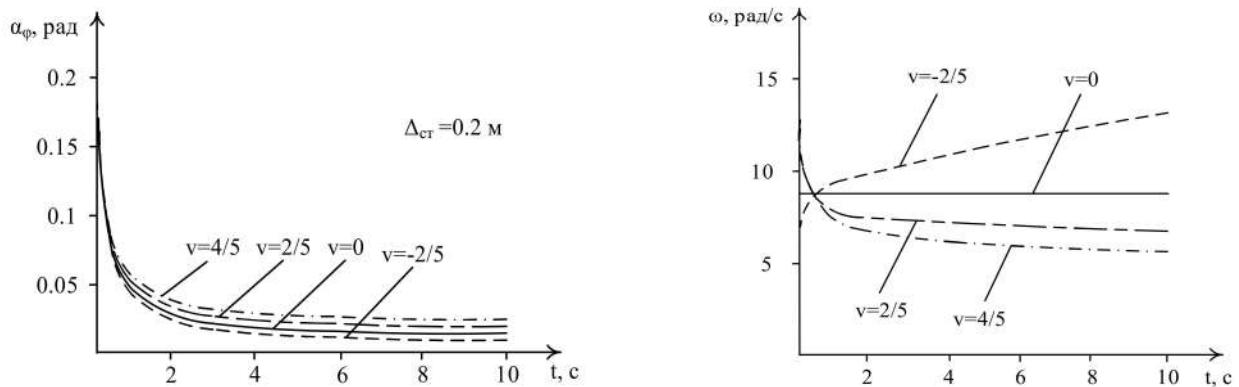


Рис. 4. Залежність амплітуди та частоти поздовжньо-кутових згасаючих коливань ПМ

Як і очікували, сила опору спричиняє зменшення в часі амплітуди коливань, причому швидкість затухання амплітуди є більшою для більших значень параметра S . Крім цього, на перший погляд вона не впливає на частоту власних вертикальних коливань. Проте власна частота залежить від амплітуди, отже, враховуючи зазначене вище, частота затухаючих коливань залежить і від сили опору.

Висновки

1. Для системи підресорювання із прогресивним законом зміни відновлюючої сили більшим значенням амплітуди поздовжньо-кутових коливань відповідають більші значення власної частоти, а для регресивної навпаки – більшим значенням амплітуди відповідають менші значення власної частоти коливань.

2. Ергономічні вимоги експлуатації БКТЗ більшою мірою задовольняє прогресивна характеристика із статичною деформацією СП 0,2 м і $\nu < 2/3$ при амплітуді поперечно-кутових коливань $0,025 < a_\varphi < 0,16$; із статичною деформацією СП 0,15 м і $\nu < 2/3$ – при амплітуді поперечно-кутових коливань $0,05 < a_\varphi < 0,2$.

3. Отримані результати можуть бути базою для дослідження більш складних випадків руху БКТЗ – руху вздовж впорядкованої чи неупорядкованої системи нерівностей, резонансних коливань ПЧ тощо, а також для створення програмного продукту керованої системи підресорювання.

Перелік джерел посилання

1. Солтус А. П. Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля : навч. посіб. для ВНЗ. Київ : Арістей, 2010. 155 с.

2. Marijonas Bogdevičius & Raimundas Junevičius 2004. Dynamic processes of the retrofitted rear suspension of the vehicle. *Transport*, 19:6. P. 262–268. URL: <http://dx.doi.org/10.1080/16484142.2004.9637985>.

3. Войтенко В. А. Математичне моделювання пружної підвіски колісного транспортного засобу. *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2012. № 11, 12. С. 29–34.

4. Дущенко В. В. Якименко И. И. Математическое моделирование колебаний подресоренного корпуса многоопорной колесной машины. *Механіка та машинобудування*. 2004. № 2. С. 139–147.

5. Акопян Р. А. Пневматическое подресоревание автотранспортных средств. Львов : Выща шк., Изд-во при Львов. ун-те, 1984. Ч. 3. 239 с.

6. Артющенко А. Д., Суярко О. Г. Дослідження впливу характеристик підвіски автомобіля малого класу на плавність ходу та її модернізація. *Вісник НТУ "ХПИ"*. Харків, 2013. № 32 (1004). С. 21–27.

7. Мельничук С. В., Подчашівський Ю. О., Вітюк І. В., Бовсунівський І. А. Визначення параметрів плавності ходу моделі підвіски на основі чотириланкового важільного механізму. *Вісник ЖДТУ*. 2010. № 4 (55). С. 25–27.
8. Павленко В. П. Стан розвитку методів діагностування підвіски автомобіля. *Вісник НТУ “ХП”*. Харків, 2012. № 64 (970). С. 63–69 (серія “Автомобіле- та тракторобудування”).
9. Лобас Л. Г., Вербицкий В. Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин. Киев : Наукова думка, 1990. 232 с.
10. Кузьо І. В., Сокіл Б. І., Палюх В. М. Вплив параметрів підвіски на нелінійні коливання транспортних засобів. *Динаміка, міцність та проектування машин і приладів* : вісник НУ “ЛП”. Львів, 2007. № 588. С. 49–52.
11. Грубель М. Г., Нанівський Р. А., Сокіл М. Б. Вплив відновлювальної сили пружної підвіски на коливання та стійкість руху колісних транспортних засобів. *Перспективи розвитку озброєння і військової техніки СВ* : тези доп. міжнар. НТК. Львів : 2014. С. 35.
12. Грубель М. Г., Красюк О. П., Нанівський Р. А., Сокіл М. Б. Вертикальні коливання підресореної частини колісних транспортних засобів під дією випадкових збурень. *Наукові нотатки НТК*. Луцьк, 2014. Вип. 46. С. 112–116.
13. Грубель М. Г., Нанівський Р. А., Сокіл М. Б. Вплив характеристик підвіски автомобілів спеціального призначення на поперечно-кутові коливання підресореної маси. *Автошляховик України*. 2015. № 1/2. С. 18–20.
14. Андрухів А. І., Сокіл Б. І., Сокіл М. Б. Базові засади щодо обґрунтування вибору силових параметрів адаптивної підвіски колісних транспортних засобів спеціального призначення. *Військово-технічний збірник*. Львів : НАСВ, 2018. Вип. 19. С. 38–51.
15. Айзерман М. А. Классическая механика. Москва : Наука, 1980. 368 с.
16. Сенік П. М. Обернення неповної Вета-функції. *Український математичний журнал*. 1969. № 3. С. 325–333.
17. Боголюбов Н. Н., Митропольський Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Москва : Наука, 1974. 504 с.
18. Жупиев А. Л., Михлин Ю. В. Устойчивость и ветвление нормальных форм колебаний нелинейных систем. *Прикладная математика и механика*. 1981. № 3. С. 450–455.
19. Маневич Л. И., Михлин Ю. В., Пилипчук В. Н. Методы нормальных колебаний для существенно нелинейных систем. Москва : Наука, 1989. 216 с.

Стаття надійшла до редакції 11.03.2020 р.

УДК 629.4.027.32

Р. А. Нанивский

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОДОЛЬНО-УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛЕСНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ С НЕЛИНЕЙНОЙ СИЛОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ СИСТЕМЫ ПОДРЕССОРОВАНИЯ

Исследовано влияние нелинейной восстановительной силы упругих элементов и силы сопротивления демпферных устройств системы поддресоривания на продольно-угловые колебания поддресоренной части колесных транспортных средств. В основу исследований положена идея асимптотического интегрирования уравнений со степенной нелинейностью, описывающих продольно-угловые колебания на основе использования специальных периодических Атеб-функций. Получены аналитические зависимости, определяющие законы изменения базовых параметров собственных затухающих колебаний поддресоренной части как функции основных силовых факторов системы поддресоривания.

Методика, по которой проведено исследование, может быть обобщена для определения реакции поддресоренной части на действие единичных неровностей пути, определения критической скорости устойчивого движения вдоль криволинейных участков движения, расчетов в ходе

проектно-конструкторских работ и модернизации систем подвесок или создания программного продукта управляемой системы поддресоривания.

К л ю ч е в ы е с л о в а: система поддресоривания, продольно-угловые колебания, амплитуда, частота.

UDC 629.4.027.32

R. Nanivskyi

ANALYTICAL METHOD FOR THE STUDY OF LONGITUDINAL-ANGULAR OSCILLATIONS OF WHEELED VEHICLES WITH NONLINEAR FORCE CHARACTERISTICS OF THE SUSPENSION SYSTEM

Influence of nonlinear restorative force of elastic elements and resistance force of damping devices of the suspension system on longitudinal-angular oscillations of the sprung part of wheeled vehicles is investigated. The basis of the research is the idea of asymptotic integration of equations with degree nonlinearity, which describe longitudinal-angular oscillations based on the use of special periodic Ateb-functions. The obtained analytical dependencies determine the law of basic parameters variation of the own damped oscillations of the sprung part as a function of the main power factors of the suspension system. The analysis of the obtained relations establishes that for the suspension system with the progressive law of restorative force variation of the elastic elements ($\nu > 0$):

– the larger value of the oscillation amplitude the larger value of the own frequency (at the same values of static deformation of the elastic elements);

– the larger value of static deformation of the elastic elements (at the same amplitudes of the transverse angular oscillations and the parameter indicating the deviation of the elastic properties of the shock absorbers from the linear law – ν) the smaller value of the own frequency of oscillations;

– the overload, acting to the driver and the transported people, caused by the vibrations of the sprung part, is less than for the case of elastic elements with the linear law of restorative force (at the same values of static deformation of the sprung part) for small oscillation amplitudes.

With regard to the suspension system with the regressive law of restorative force variation, the influence of oscillations of the sprung part is backward as for the progressive characteristic of the suspension system. As a result, it should be noted that the ergonomic requirements of operation are more satisfied by the progressive characteristic with static deformation of the suspension system 0,2м at the change of the non-linearity parameter within $0 < \nu < 2/3$ than the oscillation amplitude $0,025 < a_\varphi < 0,16$; in the case of static deformation 0,15м and $0 < \nu < 2/3$ at the amplitude of transverse angular oscillations $0,05 < a_\varphi < 0,2$. As for the influence of the resistance forces of damping devices, they, at the real values of their parameters, slightly affect the law of time variation of the amplitude of the longitudinal-angular oscillations. The technique, based on which the above results were obtained, can be generalized to determine the response of the sprung part to the effect of single path irregularities, determine the critical speed of steady motion along curved sections of the way; the dependencies – during the design and modernization of suspension systems or the creation of a software product of the controlled suspension system.

К e y w o r d s: suspension system, longitudinal-angular oscillations, amplitude, frequency.

Нанівський Роман Антонович – кандидат технічних наук, начальник науково-організаційного відділу Національної академії Сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.

<http://orcid.org/0000-0001-6504-1178>