



О. М. Кириченко



В. П. Раківненко



П. М. Калінін



Л. А. Гребеник

ГРАФОАНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ МІНІМАЛЬНОЇ МАСИ

Запропоновано графоаналітичний метод дослідження міцності статично навантажених ортотропних оболонкових конструкцій мінімальної маси. Теоретично обґрунтовано метод дослідження як у детерміністичному стані величин геометричних параметрів оболонки, так і в ймовірному їх розкиді за умов найменшої маси працездатної конструкції.

К л ю ч о в і с л о в а: ортотропна оболонка, форми втрати стійкості, лінії рівного рівня, гофрована оболонка, області розкиду параметрів, ймовірність працездатності.

Постановка проблеми. Для багатьох конструкцій основними вимогами, що до них висувають, є достатня міцність і жорсткість при мінімальній масі та найменші витрати матеріалу. Найбільше ці умови задовольняють тонкостінні оболонки. Вони широко застосовуються в авіа- і суднобудуванні, є основними конструктивними елементами корпусів ракет і космічних апаратів, автобронетехніки, багатьох інших зразків ОВТ.

У разі невдалого підбору силового набору несуча здатність ортотропної оболонки може не відповідати оптимальній конструкції мінімальної маси [1]. Звідси випливає актуальність розроблення такого методу дослідження і вибору відповідної розрахункової схеми, за яких виконувалися б умови міцності оболонки мінімальної маси, навіть при певному розкиді величин її геометричних параметрів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання оптимізації характеристик будь-яких матеріальних об'єктів завжди були пріоритетними, що спонукало до розроблення нових і більш ефективних, науково обґрунтованих методів їх дослідження.

Відома велика кількість праць щодо методів оптимізації, в тому числі оболонкових конструкцій. З тих, які найбільш близькі до тематики, що розглядається, насамперед, слід вказати на статтю [2], де в межах програми курсу опору матеріалів досліджена достатньо складна задача несучої здатності багатошарових оболонок мінімальної маси. Заслуговує на увагу і праця [3], в якій пропонується досліджувати міцність циліндричних оболонок з отворами RVR-методом, що дозволяє автоматизувати пошук екстремумів оптимізації. У інших публікаціях, наприклад, [4–7] використано частково модернізований чисельно-аналітичний метод надшвидкого спуску, основними недоліками якого є громіздкість, детермінантність рішення і поява водночас різнозначних екстремумів.

У даній статті застосовано графоаналітичний метод дослідження, який дозволяє використовувати як детерміністичний, так і ймовірнісний (за певного розкиду значень параметрів) підходи до оптимізації оболонкових конструкцій.

Метою статті є дослідження несучої здатності ортотропних оболонкових конструкцій мінімальної маси графоаналітичним методом при сталих і змінних величинах геометричних параметрів оболонок.

Виклад основного матеріалу. Як вже було згадано, властивості ортотропних оболонок надзвичайно чутливі до підбору їх геометричних параметрів. Тому, природно, виникає необхідність у визначенні таких параметрів силового набору, за яких найбільш повно використовувалися б можливості ортотропних оболонок.

У подальшому із всієї різноманітності діючих на оболонку навантажень розглядатимемо лише осьові стискаючі, яким відповідають три форми втрати стійкості: осесиметрична, неосесиметрична та місцева форми втрати стійкості елементів силового набору.

Для фіксованих параметрів конструкції кожній із форм втрати стійкості відповідає певне значення критичного навантаження. Вважається, що поява однієї з форм втрати стійкості призводить до руйнування конструкції. Умову граничної несучої здатності можна записати у такому вигляді:

$$\begin{cases} N_{кр}^o \geq N; \\ N_{кр}^н \geq N; \\ N_{кр}^м \geq N, \end{cases} \quad (1)$$

де $N_{кр}^o, N_{кр}^н, N_{кр}^м$ – значення критичних навантажень відповідно для осесиметричної, неосесиметричної та місцевої форм втрати стійкості; N – діюче осьове навантаження.

При проектуванні систему нерівностей (1) зазвичай доповнюють достатньо суттєвою умовою – мінімумом маси конструкції:

$$G = G_{\min}. \quad (2)$$

У даному випадку задача оптимального вибору параметрів може бути сформульована таким чином: необхідно підібрати такі значення силового набору оболонки, щоб виконувалася система нерівностей (1) і умова мінімуму маси конструкції (2); при цьому вважається заданим і сталим зовнішнє навантаження.

Оскільки оптимізувати слід лише параметри силового набору, то вирішувати задачу можна не методом надшвидкого спуску (з притаманними йому недоліками), а шляхом побудови ліній рівного рівня, для кожної з яких маса конструкції буде залишатися сталою, водночас забезпечуючи її несучу здатність.

Для ілюстрації методу, який пропонується, дослідження оптимізації проведемо на прикладі оцінювання несучої здатності ортотропної конструкції у вигляді циліндричної гофрованої оболонки (рис. 1).

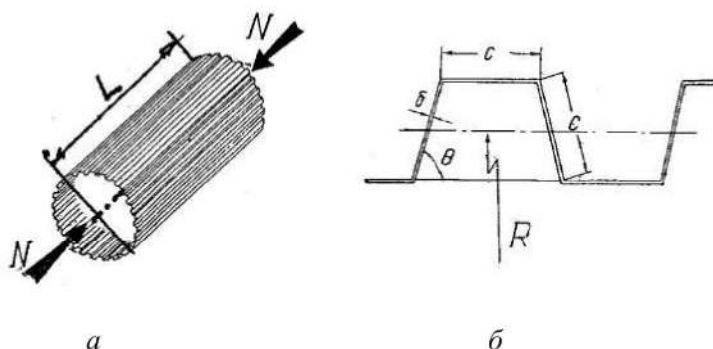


Рис. 1. Розрахункова схема гофрованої оболонки:
а – оболонка; б – гофр

Оскільки гофрована оболонка розглядається як конструктивно ортотропна, тому для знаходження критичних навантажень можна використати залежності [8]:

$$N_{кр}^o = 2\pi R \left[\left(\frac{m\pi}{L} \right)^2 D_c + \frac{E\delta_{ш}}{R^2 \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2} \right]; \quad (3)$$

$$N_{кр}^n = 2\pi \sqrt{4E \cdot \delta_c \cdot D_{ш}} \cdot \sqrt{1 + \frac{D_c \cdot n^4}{ER^2 \delta_c}}; \quad (4)$$

$$N_{кр}^m = 2\pi R \delta_c \cdot \sigma_{кр}^m; \quad (5)$$

$$m = \frac{L}{\pi} \cdot \sqrt[4]{\frac{E\delta_{ш}}{R^2 D_c}},$$

де D_c та $D_{ш}$, δ_c та $\delta_{ш}$ – зведені циліндричні жорсткості на згин та зведені товщини ортотропної оболонки в осьовому і кільцевому напрямках відповідно; m та n – кількість напівхвиль і хвиль, які утворюються на поверхні оболонки в осьовому і кільцевому напрямках при втраті стійкості від осьового стиску; $\sigma_{кр}^m$ – критичні напруження місцевої форми втрати стійкості.

Для спрощення подальших розрахунків, враховуючи трапецеїдальну форму гофри (рис. 1, б), перепишемо формули (3), (4), (5) у відносних величинах:

$$\bar{N}_{кр}^o = \left(\frac{\delta}{R} \right)^2 \cdot \left[\frac{\bar{m}R}{3\delta} \cdot \left(\frac{C}{R} \right)^2 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{4\bar{m} \frac{R}{\delta} \left(\frac{C}{R} \right)^2 \cdot \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{\delta}{R}} \right]; \quad (6)$$

$$\bar{N}_{кр}^n = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{n^4}{6} \left(\frac{C}{R} \right)^2 \cdot \sin^2 \theta}; \quad (7)$$

$$\bar{N}_{кр}^m = 3,6 \left(\frac{R}{C} \right)^2 \cdot \left(\frac{\delta}{R} \right)^3 \cdot \frac{2}{1 + \cos \theta}, \quad (8)$$

де $\bar{N}_{кр}^i = \frac{N_{кр}^i}{2\pi ER^2}$; $\bar{m}^2 = \left(\frac{m\pi R}{L} \right)^2$.

За аналогією вираз маси гофрованої оболонки запишемо так:

$$G = 2\pi RL\gamma\delta \frac{2}{1 + \cos \theta},$$

де γ – питома маса конструкції.

Її також запишемо як відносну величину:

$$\bar{G} = \frac{G}{2\pi R^2 L \gamma} \frac{\delta}{R} = \frac{2}{1 + \cos \theta}. \quad (9)$$

У деяких важливих для практики випадках, коли

$$\theta \gg 10^\circ \dots 15^\circ;$$

$$\left(\frac{C}{R}\right)^2 \cdot \frac{R}{\delta} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} \gg 1, \quad (10)$$

з урахуванням виразу (9) рівняння (6), (7), (8) не тільки будуть спрощені, а і зв'яжуть між собою масу оболонки \bar{G} і три варійовані параметри гофри θ, δ та $\frac{C}{R}$:

$$\bar{N}_{кр}^0 = \frac{\bar{G}}{6} m^2 \left(\frac{C}{R}\right)^2 \cdot \sin^2 \theta; \quad (11)$$

$$\bar{N}_{кр}^n = \frac{1}{4\sqrt{3}} \bar{G}^2 \cdot (1 + \cos \theta)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{n^4}{6} \left(\frac{C}{R}\right)^2 \cdot \sin^2 \theta}; \quad (12)$$

$$N_{кр}^m = 0,9 \left(\frac{R}{C}\right)^2 \cdot \bar{G}^3 \cdot (1 + \cos \theta)^2. \quad (13)$$

У цьому випадку система нерівностей (1) у розгорнутому вигляді матиме такий вигляд:

$$\bar{N} \leq \frac{\bar{G}}{6} m^2 \left(\frac{C}{R}\right)^2 \cdot \sin^2 \theta;$$

$$\bar{N} \leq \frac{1}{4\sqrt{3}} \bar{G}^2 \cdot (1 + \cos \theta) \cdot \sqrt{1 + \frac{n^4}{6} \left(\frac{C}{R}\right)^2 \cdot \sin^2 \theta}; \quad (14)$$

$$\bar{N} \leq 0,9 \left(\frac{R}{C}\right)^2 \cdot \bar{G}^3 \cdot (1 + \cos \theta)^2.$$

Виділивши параметр $\frac{C}{R}$ з кожної із нерівностей системи (14), отримаємо остаточні залежності для подальших досліджень:

$$\left(\frac{C}{R}\right)^2 \geq \bar{N} \frac{6m^2}{\bar{G}} \cdot \frac{1}{\sin^2 \theta}; \quad (15)$$

$$\left(\frac{C}{R}\right)^2 \geq \left\{ \left[\frac{4\sqrt{3}\bar{N}}{\bar{G}^2 (1 + \cos \theta)^2} \right]^2 - 1 \right\} \frac{6}{n^4 \sin^2 \theta}; \quad (16)$$

$$\left(\frac{C}{R}\right)^2 \geq 0,9 \frac{\bar{G}^3}{\bar{N}} \cdot (1 + \cos \theta)^2. \quad (17)$$

Маючи нерівності (15), (16), (17), розв'язування задачі підбору оптимальних параметрів гофрованої конструкції можна побудувати таким чином: фіксуючи відносну масу конструкції \bar{G} і варіюючи значення кутів нахилу полок гофри θ , знаходимо відповідні відносні величини гофри $\frac{C}{R}$.

Це дозволяє побудувати області допустимих значень параметрів гофри θ, δ та $\frac{C}{R}$, що відповідають умові мінімуму маси конструкції та її міцності.

Виходячи з вище наведеного, графоаналітичним методом побудуємо вказані області, для прикладу, $\bar{N} = 1,76 \cdot 10^{-6}$; $\frac{L}{\pi R} = 0,4$; $\bar{G}_0 = 1,74 \cdot 10^{-3}$; $n = 8$ (рис. 2), де $\bar{G}_1 = \bar{G}_0$ (рис. 2, а); $\bar{G}_2 = 0,95\bar{G}_0$ (рис. 2, б); $\bar{G}_3 = 0,9\bar{G}_0$ (рис. 2, в); $\bar{G}_4 = 0,81\bar{G}_0$ (рис. 2, г).

З аналізу отриманих результатів випливає, що зменшення відносних мас конструкції призводить до звуження областей можливих значень параметрів гофри, і на краю межі виявляється мінімальне значення відносної маси \bar{G}_{\min} (рис. 2, в). Подальше зниження відносної маси ($\bar{G}_4 = -0,81\bar{G}_0$) веде до зникнення області існування допустимих параметрів гофри (рис. 2, г), тобто в даному випадку система нерівностей (1) не виконується.

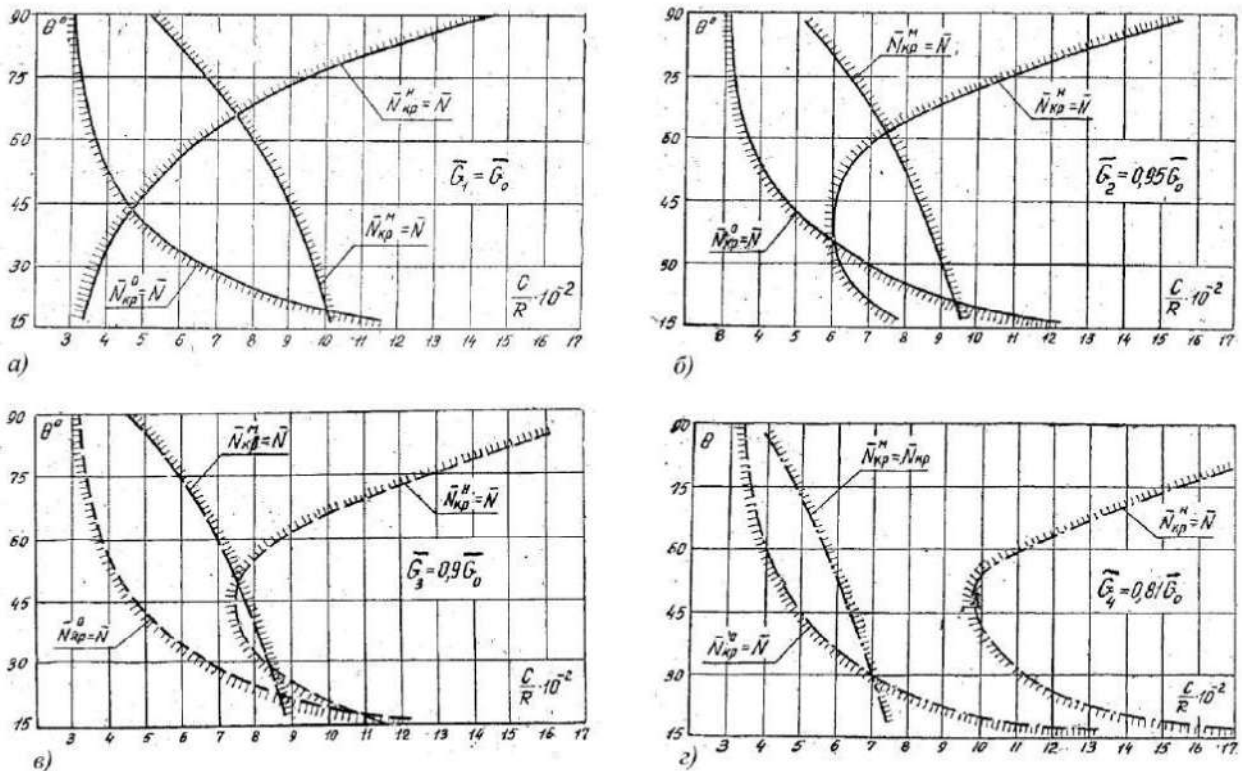


Рис. 2. Области допустимих величин параметрів гофри при мінімальній масі працездатної конструкції

До цих пір розглядалася детерміністична задача, розв'язування якої з умови мінімальної маси конструкції дозволяло визначати оптимальні параметри гофри точно. Відкинемо тепер останнє припущення і розглянемо задачу в іншій постановці. Спробуємо підібрати такі параметри гофри, які забезпечували б мінімум маси і заданий ступінь несучої здатності за наявності деякого розкиду величин параметрів конструкції при її проектуванні.

Розв'язувати дану задачу будемо, враховуючи деякі припущення. Зокрема будемо вважати, що зовнішня осьова стискаюча сила N задана точно. Крім того, із трьох параметрів один, а саме $\frac{\delta}{R}$, у всіх випадках дослідження на лініях рівного рівня може бути підібраний таким чином, що маса конструкції залишається постійною.

Для визначеності в подальшому будемо також вважати, що випадкові параметри гофри незалежні, а щільність ймовірності розподілу випадкових їх значень підкорюється нормальному закону. Тоді

вираз, за яким визначається ступінь ймовірності забезпечення несучої здатності гофрованої конструкції, може бути записаний у вигляді

$$P(N - N_{кр}^i \leq 0) = \frac{1}{\pi \sigma_x \sigma_y} \iint_{D_i} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}} \cdot e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} dx dy, \quad (18)$$

де $x, y, m_y, m_x, \sigma_x, \sigma_y$ випадкові значення $\frac{c}{R}$ та θ , а також їх математичні сподівання і дисперсії.

При цьому області інтегрування (D^i) визначаються деякою фіксованою величиною маси конструкції (див. формули (15), (16), (17) і рис. 2).

За виразом (18) можна побудувати рішення задачі, отримуючи значення m_y, m_x , які забезпечили б максимум формули (18). Для цього складемо і розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(N \leq N_{кр}^i)}{\partial \left(\frac{c}{R}\right)} &= 0; \\ \frac{\partial P(N \leq N_{кр}^i)}{\partial \theta} &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Розв'язок системи (19) має вигляд

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{\iint_{(D_i)} m_x \cdot e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}} dx dy}{\iint_{(D_i)} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}} dx dy}; \\ m_y &= \frac{\iint_{(D_i)} m_y \cdot e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}} dx dy}{\iint_{(D_i)} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}} dx dy}. \end{aligned} \quad (20)$$

Визначити оптимальні параметри m_y, m_x можливо із співвідношень (20) методом послідовних наближень, використовуючи як перше наближення такі їх значення:

$$m_x = \frac{\iint_{(D_i)} x \cdot dx dy}{\iint_{(D_i)} dx dy}; m_y = \frac{\iint_{(D_i)} y \cdot dx dy}{\iint_{(D_i)} dx dy}, \quad (21)$$

які виходять із формул (20), якщо вираз для щільності ймовірності подати у вигляді степеневого ряду і обмежитися у ньому членами, степінь яких не вище другого.

Після визначення оптимальних значень $\left(\frac{c}{R}\right)_0$ і θ_0 за формулами (20) можливо знайти степінь ймовірності забезпечення несучої здатності гофрованої конструкції. Автоматизований розрахунок виконується за числовими даними, що наведені у прикладі. Результати розрахунків подані на рисунку 3.

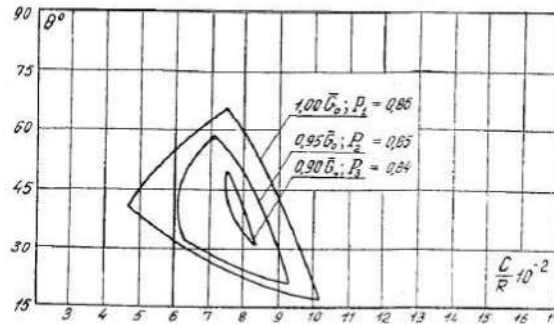


Рис. 3. Области допустимих оптимальних параметрів гофри

Для цього ж випадку на рисунку 4 зображена залежність ступеня ймовірності забезпечення несучої здатності конструкції від її маси за формулою

$$P(N \leq N_{кр}^i) = f(\bar{G}). \quad (22)$$

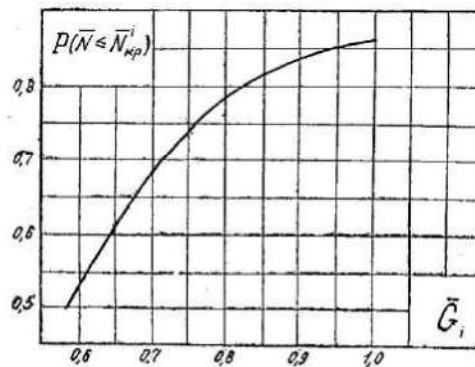


Рис. 4. Залежність ступеня ймовірності працездатності конструкції від її маси

Висновки

1. Графоаналітичний метод дає можливість реалізувати концептуально новий підхід до аналізу процесів оптимізації. Мова йде про відмову від детерміністичного підходу, коли задаються точні вихідні дані і очікуються такі ж точні результати. На практиці має місце певний розкид величин початкових параметрів, що може суттєво змінити екстремальні значення оптимізації.

2. За аналогією до конструктивно ортотропних оболонок графоаналітичним методом можливо побудувати області оптимальних значень вихідних параметрів будь-яких об'єктів у випадку їх розкиду, у тому числі ОВТ (при виготовленні або ремонті), які б із заданим ступенем ймовірності забезпечували досягнення поставленої мети. Крім того, запропонований метод розрахунку оптимальних параметрів конструкцій дозволяє встановлювати, за необхідності, технічні вимоги до точності їх виготовлення, що може бути відображено навіть і в ДСТУ.

Перелік джерел посилання

1. Определение статической и динамической прочности усеченных конических оболочек путем комплексных преобразований дифференциальных уравнений задач строительной механики / С. А. Соколовський та ін. *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. Харків, 2016. Вип. 1 (27). С. 72–77.

2. Кан С. Н., Ингульцов В. Л., Кириченко А. Н. Устойчивость цилиндрических оболочек с подкрепляющим слоем. *Прикладная механика*. Киев, 1972. Т. 5, № 8. С. 50–56. Access all results in Scopus.

3. Calculation of stress concentrations in orthotropic cylindrical shells with holes on the basis of a variational method / V. A. Salo et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 3, Issue 7 (99). P. 11–17. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.169631.

4. Кириченко О. М., Раківненко В. П. Прикладний метод розрахунку несучої здатності багатопарових оболонок. *Вісник ХНТУСГ*. Харків, 2009. Вип. 80. С. 262–270.

5. Кириченко О. М., Раківненко В. П., Гребеник Л. А. Аналіз гіпотез і припущень у прикладному методі розрахунку багатопарових конструкцій. *Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України*. Харків, 2011. Вип. 2 (18). С. 76–80.

6. Сало В. А. О двусторонней оценке точности приближенных решений задач теории оболочек, полученных методом Ритца для неэкстремального функционала Рейсснера. *Доповіди НАН України*. Київ, 2003. №. 1. С. 53–57.

7. Літовченко П. І. Розрахунок параметрів раціонального розташування шківів багатошківної пасової передачі. *Збірник наукових праць Академії внутрішніх військ МВС України*. Харків, 2008. Вип. 1 (11). С. 32–35.

8. Кан С. Н. Строительная механика оболочек. Москва : Машиностроение, 1966. 508 с.

Стаття надійшла до редакції 22.05.2020 р.

УДК 539.3

А. Н. Кириченко, В. П. Раківненко, П. Н. Калінін, Л. А. Гребеник

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ

Предлагается графоаналитический метод исследования прочности статически нагруженных ортотропных оболочечных конструкций минимальной массы. Теоретически обоснован метод исследования как в детерминистическом состоянии величин геометрических параметров оболочки, так и в вероятностном их разбросе в условиях наименьшей массы работоспособной конструкции.

К л ю ч е в ы е с л о в а: ортотропная оболочка, формы потери устойчивости, линии одного уровня, гофрированная оболочка, области разброса параметров, вероятность работоспособности.

UDC 539.3

O. Kirichenko, V. Rakivnenko, P. Kalinin, L. Grebenik

GRAPHIC-ANALYTICAL METHOD FOR STUDYING THE STRENGTH OF SHELL DESIGNS OF THE MINIMUM MASS

This article proposes a theoretically substantiated graph analytical method for studying the bearing capacity of orthotropic shell structures of minimum mass. A conceptually new approach to the analysis of optimization processes is considered. It is a rejection of the deterministic approach when exact initial data are specified and the same exact results are expected. In reality, there is some variation in the values of the initial parameters, which can significantly change the extreme values of optimization.

Taking into account the sensitivity of orthotropic shells to the choice of the geometry of the force set, in this paper, optimization is carried out by constructing the region of the permissible scatter of its initial values, provided that the probable strength of the structure is ensured with its minimum weight.

The numerical calculations presented in the work testify to the efficiency and visibility of the graph-analytical method, as well as its ability to carry out automated calculations.

By analogy with structurally orthotropic shells by the graph analytical method, it is possible to construct the regions of optimal values of the initial parameters, when they are scattered, any material products,

including objects of military equipment (during their manufacture or repair), which would provide from a given degree of probability to achieve the set goals.

The proposed method for calculating the optimal structural parameters allows us to establish in a number of cases the technical requirements for the accuracy of their manufacture, which can be reflected in the DSTU standards.

К e y w o r d s: orthotropic shell, forms of loss of stability, lines of one level, corrugated shell, dispersion area of parameters, probability of operability.

Кириченко Олександр Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/0000-0001-9136-7593](http://orcid.org/0000-0001-9136-7593)

Раківненко Валерія Павлівна – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/0000-0002-6136-6191](http://orcid.org/0000-0002-6136-6191)

Калінін Павло Миколайович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/0000-0001-9724-0630](http://orcid.org/0000-0001-9724-0630)

Гребеник Лариса Анатоліївна – доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

[http:// orcid.org/0000-0002-5962-7639](http://orcid.org/0000-0002-5962-7639)