



М. А. Подригало



О. О. Коряк



В. І. Вербицький

ОЦІНЮВАННЯ СТІЙКОСТІ РОБОТИ АВТОМОБІЛЬНОГО ДВИГУНА ЗА УМОВИ ПОСТІЙНОЇ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ КОЛІНЧАСТОГО ВАЛА

Досліджена можливість підтримання постійної кутової швидкості колінчастого вала двигуна внутрішнього згоряння на різних режимах руху автомобіля при використанні безступінчастої трансмісії. Розроблено метод оцінювання стійкості роботи автомобільного двигуна.

К л ю ч о в і с л о в а: колінчастий вал, двигун внутрішнього згоряння, трансмісія, крутний момент, частота коливань.

Постановка проблеми. Робота автомобільного двигуна за умови постійної кутової швидкості колінчастого вала на неусталеному режимі руху автомобіля дозволяє підвищити його енергетичну й паливну економічність. Зазначене можливо з використанням безступінчастої трансмісії, що дозволяє змінювати швидкість руху автомобіля за рахунок безступінчастої зміни передавального числа коробки передач без розгону обертових мас двигуна від мінімальної до максимальної швидкості обертання.

У даній статті проведено оцінювання можливості підтримання постійної кутової швидкості колінчастого вала на усталеному та неусталеному режимах руху при нерівномірності ефективного крутного моменту двигуна внутрішнього згоряння (ДВЗ) і використанні безступінчастої коробки передач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У праці [1] розглянуті статичні й динамічні характеристики двигуна внутрішнього згоряння (рис. 1).

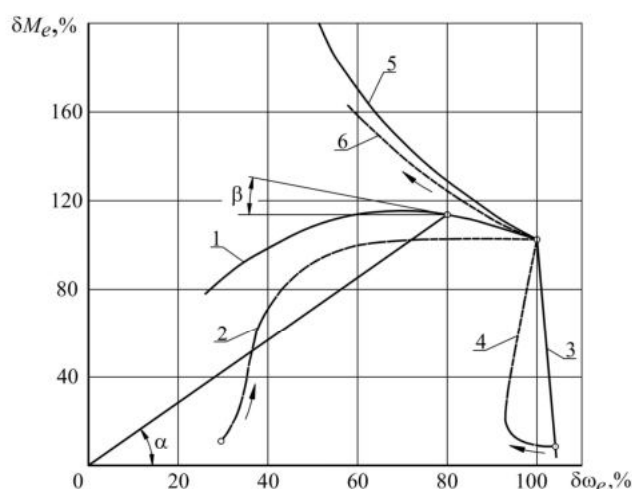


Рис. 1. Статичні і динамічні характеристики двигуна
($\delta M_e = M_e / M_{eном}$; $\delta \omega_e = \omega_e / \omega_{eном}$); 1, 2 – зовнішні швидкісні;
3, 4 – навантажувальні; 5, 6 – при постійній потужності [1]

$M_{eном}$ – номінальний ефективний крутний момент двигуна; $\omega_{eном}$ – кутова швидкість колінчастого вала при $M_e = M_{eном}$; M_e та ω_e – поточні значення M_e і ω_e .

Режим роботи ДВЗ при постійній кутовій швидкості колінчастого вала ілюструють навантажувальні характеристики (криві 3, 4). Пунктирними лініями показані динамічні характеристики ДВЗ, а суцільними – статичні.

Системи регулювання режимів роботи двигуна віднесені до систем стабілізації. Такі системи за допомогою зміни навантаження двигуна зміною передавального відношення безступінчастої передачі підтримують роботу двигуна в тому або іншому заданому (оптимальному) режимі [2].

Оптимальні режими роботи двигуна автомобіля з безступінчастою передачею вперше обґрунтував Е. А. Чудаков [3]. У працях В. А. Петрова [4, 5] викладений загальний підхід до складання структурних схем і рівнянь руху систем регулювання режимів роботи двигуна, які враховують змінність зведеної інерційної маси, обмеженої потужності на вході механічної безступінчастої передачі, розосередження пружності і т. д., що раніше не було розглянуто в загальній теорії регулювання машин.

У час, впродовж якого проводилися зазначені дослідження [1–5], існували безступінчасті гідродинамічні, гідрооб'ємні і фрикційні передачі. Останні були обмежені величиною потужності, що передається. Це дозволило створити конструктивні схеми двопотокових коробок передач [4, 6]. Поява автомобілів з комбінованою енергетичною установкою (гібридних автомобілів) дозволяє повернутися до питання про безступінчасту зміну передавального числа трансмісії [7].

Для випадку безступінчастої автоматичної зміни передавального числа трансмісії у працях [2, 5] розглянуто роботу двигуна на режимах, що забезпечують:

- максимальну ефективну потужність двигуна;
- максимальний ефективний крутний момент двигуна;
- мінімальну ефективну питому витрату пального.

Слід зазначити, що навіть у разі ідеального керування безступінчастою трансмісією не вдається забезпечити роботу двигуна при постійному значенні кутової швидкості колінчастого вала, оскільки ДВЗ генерує коливання індикаторного крутного моменту.

У дисертації [8] запропонована математична модель зміни індикаторного крутного моменту ДВЗ

$$M_i = \bar{M}_i \left[1 + \frac{K_1}{2} \sin \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right) \right], \quad (1)$$

де \bar{M}_i – середнє значення індикаторного крутного моменту;

$\bar{\omega}_e$ – середнє значення кутової швидкості колінчастого вала на усталеному режимі руху;

$i_{\text{ц}}$ – кількість циліндрів двигуна;

t – час;

K_1 – коефіцієнт нерівномірності крутного моменту, що визначається за формулою

$$K_1 = 0,08 + 14,44 / i_{\text{ц}} \quad (2)$$

У зазначеній дисертації також отриманий закон зміни кутової швидкості ω_e колінчастого вала на усталеному режимі роботи двигуна

$$\omega_e = \bar{\omega}_e - \bar{M}_i \frac{K_1 \cos \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right)}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 \right]}, \quad (3)$$

де $I_{\text{зв}}^{\text{дв}}$ – момент інерції обертових мас двигуна, зведений до колінчастого вала;

$I_{\text{звI}}^{\text{тп}}$ – момент інерції зведених до колінчастого вала обертових мас трансмісії, пов'язаних із двигуном постійним передавальним відношенням;

$I_{\text{звII}}^{\text{тп}}$ – момент інерції зведених до колінчастого вала обертових мас трансмісії, пов'язаних із двигуном змінним передавальним відношенням;

m_a – маса автомобіля;

r_d – динамічний радіус ведучих коліс автомобіля;
 u_0, u_k – передавальні числа головної передачі і коробки передач відповідно;
 k – кругова частота власних коливань мас, зведених до колінчастого вала,

$$k = \sqrt{\frac{C_{\text{кут}}^{\text{зв}}}{I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{гр}} + I_{\text{звII}}^{\text{гр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}}}; \quad (4)$$

$C_{\text{кут}}^{\text{зв}}$ – зведена до колінчастого вала двигуна кутова жорсткість коливальної системи.

Однак у дисертації [8] не оцінювалася стійкість роботи двигуна при постійній швидкості обертання колінчастого вала на усталеному і неусталеному режимах.

Метою дослідження є розроблення методу оцінювання стійкості роботи автомобільного двигуна при постійній кутовій швидкості колінчастого вала й використанні безступінчастої трансмісії.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі завдання:

- провести оцінювання стійкості роботи ДВЗ на усталеному режимі руху автомобіля;
- провести аналогічне оцінювання стійкості на неусталеному режимі руху автомобіля.

Виклад основного матеріалу.

Стійкість роботи двигуна на усталеному режимі руху автомобіля. Визначимо ефективний крутний момент ДВЗ

$$M_e = M_i \eta_{\text{мдв}} - I_{\text{зв}}^{\text{дв}} \frac{d\omega_e}{dt}, \quad (5)$$

де $\eta_{\text{мдв}}$ – механічний ККД двигуна; $d\omega_e / dt$ – кутове прискорення колінчастого вала.

Кутове прискорення колінчастого вала визначимо після диференціювання правої частини рівняння (3)

$$\frac{d\omega_e}{dt} = \bar{M}_i \frac{0,5K_1 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{гр}} + I_{\text{звII}}^{\text{гр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}\right) \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}}\right)^2\right]}. \quad (6)$$

Після підстановки виразу (6) у рівняння (5) і проведення ряду перетворень одержимо

$$M_e = \bar{M}_e + 0,5K_1 \bar{M}_e \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) - \frac{\bar{M}_e + 0,5K_1 \bar{M}_e \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\eta_{\text{мдв}} \left[1 + \frac{I_{\text{звI}}^{\text{гр}} + I_{\text{звII}}^{\text{гр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}}{I_{\text{зв}}^{\text{дв}}}\right] \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}}\right)^2\right]}, \quad (7)$$

де \bar{M}_e – середнє за цикл коливань значення ефективного крутного моменту двигуна,

$$\bar{M}_e = \bar{M}_i \cdot \eta_{\text{мдв}}. \quad (8)$$

З рівняння (8) визначимо

$$\bar{M}_i = \bar{M}_e / \eta_{\text{мдв}}. \quad (9)$$

Підставляючи співвідношення (9) у рівняння (3), одержимо

$$\omega_e = \bar{\omega}_e - \frac{\bar{M}_e K_1 \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\eta_{\text{мдв}} \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 \right]}. \quad (10)$$

При роботі коливальної системи “двигун–трансмiсія–автомобiль” у дорезонансній зоні ($k > 0,5\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}$) максимальна й мінімальна величини кутової швидкості ω_e будуть дорівнювати:

$$\omega_{e\text{max}} = \bar{\omega}_e + \frac{\bar{M}_e K_1}{\eta_{\text{мдв}} \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[\left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 - 1 \right]}; \quad (11)$$

$$\omega_{e\text{min}} = \bar{\omega}_e - \frac{\bar{M}_e K_1}{\eta_{\text{мдв}} \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[\left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 - 1 \right]}. \quad (12)$$

При роботі коливальної системи “двигун–трансмiсія–автомобiль” у зарезонансній зоні ($k < 0,5\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}$):

$$\omega_{e\text{max}} = \bar{\omega}_e + \frac{\bar{M}_e K_1}{\eta_{\text{мдв}} \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 \right]}; \quad (13)$$

$$\omega_{e\text{min}} = \bar{\omega}_e - \frac{\bar{M}_e K_1}{\eta_{\text{мдв}} \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left[1 - \left(\frac{2k}{\bar{\omega}_e i_{\text{ц}}} \right)^2 \right]}. \quad (14)$$

Вважаючи, що середнє значення кутової швидкості колінчастого вала $\bar{\omega}_e$ дорівнює розрахунковому значенню, на яке налаштований дворезимний регулятор ДВЗ, максимальне відхилення кутової швидкості від свого розрахункового значення $\omega_{\text{ероз}}$ можна визначити за формулою

$$\Delta\omega_{e\text{max}} = \omega_{e\text{max}} - \omega_{\text{ероз}} = \pm \bar{M}_e \frac{K_1}{\eta_{\text{мдв}} \omega_{\text{ероз}} i_{\text{ц}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left| 1 - \left(\frac{2k}{\omega_{\text{ероз}} i_{\text{ц}}} \right)^2 \right|}. \quad (15)$$

Після підстановки співвідношення (2) у вираз (15) остаточно одержимо

$$\Delta\omega_{e\max} = \pm \overline{M}_e \frac{0,08 + 14,44 / i_{ц}}{\eta_{\text{мдв}} \omega_{\text{ероз}} i_{ц} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2} \right) \left| 1 - \left(\frac{2k}{\omega_{\text{ероз}} i_{ц}} \right)^2 \right|}. \quad (16)$$

Отриманий вираз (16) дозволяє оцінювати вплив різних параметрів на стійкість роботи двигуна при постійній кутовій швидкості колінчастого вала на усталеному режимі руху автомобіля. Чим більше величина $\Delta\omega_{e\max}$, тем менш стійка робота двигуна. Найбільший вплив на величину $\Delta\omega_{e\max}$ чинить відношення $2k / (\omega_{\text{ероз}} i_{ц})$. У випадку рівності цього відношення одиниці (настання явища резонансу) величина $\Delta\omega_{e\max}$ прямує до нескінченності. Для запобігання цьому явищу необхідно забезпечувати величину $2k / (\omega_{\text{ероз}} i_{ц})$ з урахуванням заданого коефіцієнта динамічності коливань.

Величина $\Delta\omega_{e\max}$ пов'язана із середнім ефективним моментом двигуна \overline{M}_e лінійною залежністю, зі зростанням \overline{M}_e величина $\Delta\omega_{e\max}$ також збільшується. З виразу (16) також видно, що із збільшенням кількості циліндрів $i_{ц}$ ДВЗ величина $\Delta\omega_{e\max}$ зменшується. На рисунку 2 показані зовнішні швидкісні характеристики ДВЗ і статична характеристика дворежимного регулятора.

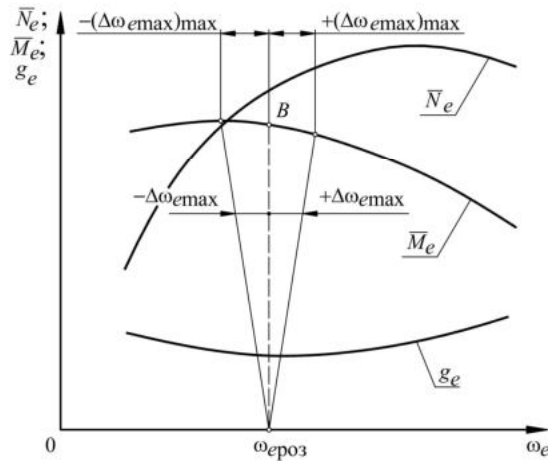


Рис. 2. Статичні зовнішні швидкісні характеристики і регуляторна характеристика ДВЗ

Таким чином, запропонований метод дозволяє оцінювати стійкість роботи ДВЗ на постійному швидкісному режимі при усталеному русі автомобіля.

Стійкість роботи двигуна на неусталеному режимі руху автомобіля. На неусталеному режимі руху середня величина ефективного крутного моменту \overline{M}_e є функцією часу, яку можна записати у вигляді

$$\overline{M}_e = \begin{cases} \overline{M}_{e\max} \frac{t}{t_n} & \text{при } t \leq t_n; \\ \overline{M}_{e\max} & \text{при } t > t_n, \end{cases} \quad (17)$$

$$\overline{M}_e = \begin{cases} \overline{M}_{e\max} \frac{t}{t_n} & \text{при } t \leq t_n; \\ \overline{M}_{e\max} & \text{при } t > t_n, \end{cases} \quad (18)$$

де $\overline{M}_{e\max}$ – максимальне значення середнього ефективного крутного моменту;

t_n – час наростання середнього ефективного крутного моменту \overline{M}_e від нуля до $\overline{M}_{e\max}$.

На неусталеному режимі руху автомобіля закон зміни ефективного крутного моменту відповідає рівнянню (17).

У праці [8] для моторно-трансмісійної установки, що має у своєму складі пружні та інерційні ланки, отримане рівняння для індикаторного крутного моменту

$$\bar{M}_i = \bar{M}_i + C_{\text{кут}}^{\text{зв}} \alpha_e + \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2} \right) \frac{d\omega_e}{dt}, \quad (19)$$

де α_e – кут закручування вхідного вала трансмісії,

$$\alpha_e = \varphi_e - \bar{\varphi}_e; \quad (20)$$

φ_e – кут повороту колінчастого вала;

$\bar{\varphi}_e$ – середній кут повороту вала двигуна за один цикл зміни ефективного крутного моменту,

$$\bar{\varphi}_e = \bar{\omega}_e t. \quad (21)$$

У дисертації [8] рівняння (19) було перетворено на таке:

$$\ddot{\alpha}_e + \frac{C_{\text{кут}}^{\text{зв}}}{I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}} \alpha_e = \frac{M_i - \bar{M}_i}{I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}}. \quad (22)$$

З урахуванням рівняння (1) у праці [8] отриманий вираз

$$\ddot{\alpha}_e + k^2 \alpha_e = \frac{0,5 \bar{M}_i K_1 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2}}. \quad (23)$$

Ураховуючи співвідношення (9) і залежність (17), перетворимо рівняння (23) до вигляду

$$\ddot{\alpha}_e + k^2 \alpha_e = \frac{0,5 \bar{M}_{e \text{max}} t K_1 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{п}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тр}} + I_{\text{звII}}^{\text{тр}} + \frac{m_a r_d^2}{u_0^2 u_k^2} \right)}. \quad (24)$$

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (24) складається із суми загального й часткового розв'язків. Загальний розв'язок відповідає розв'язку однорідного диференціального рівняння і описує вільні коливання. Частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння описує вимушені коливання. В усталеному русі з часом амплітуда й частота коливань об'єкта стають відповідними до параметрів вимушених коливань [9]. Це дозволило авторам праці [8] прирівняти загальний розв'язок рівняння (24) до нуля.

Неусталений режим руху автомобіля короткочасний, тому зневажати загальним розв'язком не можна.

Очевидно, що в рівнянні (24)

$$\dot{\alpha}_e = \dot{\varphi}_e = \frac{d\bar{\varphi}_e}{dt} = \bar{\omega}_e - \bar{\omega}_e \quad (25)$$

та

$$\ddot{\alpha}_e = \dot{\omega}_e = \dot{\bar{\varphi}}_e. \quad (26)$$

Запишемо рівняння (24) у вигляді

$$\ddot{\alpha}_e + k^2 \alpha_e = ut \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right), \quad (27)$$

де u – коефіцієнт, що визначається за формулою

$$u = \frac{0,5M_{e\max} K_1}{\eta_{\text{МДВ}} t_{\Pi} \left(I_{\text{ЗВ}}^{\text{ДВ}} + I_{\text{ЗВІ}}^{\text{ТР}} + I_{\text{ЗВІІ}}^{\text{ТР}} + \frac{m_a r_{\text{Д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right)}. \quad (28)$$

Загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння

$$\ddot{\alpha}_e + k^2 \alpha_e = 0 \quad (29)$$

маємо у вигляді

$$\bar{\alpha}_e = c_1 \cos(kt) + c_2 \sin(kt). \quad (30)$$

Частковий розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (27)

$$\alpha_{e0} = u \frac{\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right) t \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right) - \bar{\omega}_e i_{\Pi} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right)}{\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}. \quad (31)$$

Після підстановки формули (28) у вираз (31) одержимо

$$\alpha_{e0} = \frac{0,5M_{e\max} K_1 \left[\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right) t \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right) - \bar{\omega}_e i_{\Pi} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right) \right]}{\eta_{\text{МДВ}} t_{\Pi} \left(I_{\text{ЗВ}}^{\text{ДВ}} + I_{\text{ЗВІ}}^{\text{ТР}} + I_{\text{ЗВІІ}}^{\text{ТР}} + \frac{m_a r_{\text{Д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}. \quad (32)$$

Загальний розв'язок рівняння (24)

$$\alpha_e = \bar{\alpha}_e + \alpha_{e0} = c_1 \cos(kt) + c_2 \sin(kt) + \frac{0,5M_{e\max} K_1 \left[\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right) t \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right) - \bar{\omega}_e i_{\Pi} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t\right) \right]}{\eta_{\text{МДВ}} t_{\Pi} \left(I_{\text{ЗВ}}^{\text{ДВ}} + I_{\text{ЗВІ}}^{\text{ТР}} + I_{\text{ЗВІІ}}^{\text{ТР}} + \frac{m_a r_{\text{Д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^2}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}. \quad (33)$$

Диференціюючи праву частину рівняння (33), одержимо

$$\dot{\alpha}_e = \omega_e - \bar{\omega}_e = c_2 k \cos(kt) - c_1 k \sin(kt) + \frac{0,5M_{e\max} K_I}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right)} \times$$

$$\times \left[\frac{\sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) + t \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) + \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{2} i_{\text{ц}}^2 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2} + \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{2} i_{\text{ц}}^2 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2\right)^2} \right]. \quad (34)$$

З рівняння (34) знаходимо

$$\omega_e = \bar{\omega}_e + c_2 k \cos(kt) - c_1 k \sin(kt) + \frac{0,5M_{e\max} K_I}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right)} \times$$

$$\times \left[\frac{\sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) + t \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) + \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{2} i_{\text{ц}}^2 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2} + \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{2} i_{\text{ц}}^2 \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right)}{\left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2\right)^2} \right]. \quad (35)$$

Введемо граничні умови при $t = 0$:

$$\omega_e = \bar{\omega}_e = \omega_{\text{ероз}}; \quad (36)$$

$$\alpha_e = 0. \quad (37)$$

У цьому випадку

$$c_2 = 0; \quad (38)$$

$$c_1 = \frac{0,5M_{e\max} K_I \bar{\omega}_e i_{\text{ц}}}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2}. \quad (39)$$

Після підстановки рівнянь (38) і (39) у формулу (34) визначимо

$$\omega_e = \bar{\omega}_e + \frac{0,5M_{e\max} K_I}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2} \times$$

$$\times \left[\left(k^2 + \frac{\bar{\omega}_e^{-2}}{2} i_{\text{ц}}^2 \right) \sin\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) + t \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} \cos\left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t\right) - k \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \sin(kt) \right] = \bar{\omega}_e + \Delta\omega_e,$$

де $\Delta\omega_e$ – відхилення кутової швидкості колінчастого вала від розрахункової величини $\omega_{\text{ероз}} = \bar{\omega}_e$,

$$\Delta\omega_e = \frac{0,5M_{e\max} \cdot K_1}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2} \times$$

$$\times \left[\left(k^2 + \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}}^2 \right) \sin \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right) + t \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} \cos \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right) - k \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \sin(kt) \right]. \quad (41)$$

Визначимо величину $\Delta\omega_e$ як суму аперіодичної $\Delta\omega_e^{\text{А}}$ і періодичної $\Delta\omega_e^{\text{П}}$ складових:

$$\Delta\omega_e^{\text{А}} = \frac{0,25M_{e\max} k_1 \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \frac{t}{t_{\text{н}}} \cos \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right)}{\eta_{\text{мдв}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2}; \quad (42)$$

$$\Delta\omega_e^{\text{П}} = \frac{0,5M_{e\max} k_1 \left[\left(k^2 + \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}}^2 \right) \sin \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right) - k \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \sin(kt) \right]}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2}. \quad (43)$$

Для $t > t_{\text{н}}$ величина аперіодичного відхилення кутової швидкості $\Delta\omega_e^{\text{А}}$ досягне свого максимального значення при

$$\cos \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\text{ц}} t \right) = 1. \quad (44)$$

У цьому випадку

$$\left(\Delta\omega_e^{\text{А}} \right)_{\text{max}} = \frac{0,25M_{e\max} K_1 \bar{\omega}_e i_{\text{ц}}}{\eta_{\text{мдв}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2}. \quad (45)$$

Періодична складова відхилення кутової швидкості складається із двох гармонік:

- вільних коливань $\Delta\omega_{e1}^{\text{П}}$;
- вимушених коливань $\Delta\omega_{e2}^{\text{П}}$.

Ці гармоніки описуються такими залежностями:

$$\Delta\omega_{e1}^{\text{П}} = \frac{0,5M_{e\max} K_1 k \bar{\omega}_e i_{\text{ц}} \sin(kt)}{\eta_{\text{мдв}} t_{\text{н}} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\text{ц}}^2 \right)^2}; \quad (46)$$

$$\Delta\omega_{e2}^{\Pi} = \frac{0,5M_{e\max} K_1 \left(k^2 + \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi}^2 \right) \sin \left(\frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi} t \right)}{\eta_{\text{мдв}} t_{\Pi} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}. \quad (47)$$

Максимальні значення зазначених відхилень кутової швидкості:

$$\left(\Delta\omega_{e1}^{\Pi} \right)_{\max} = - \frac{0,5M_{e\max} K_1 \bar{\omega}_e i_{\Pi}}{\eta_{\text{мдв}} t_{\Pi} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}; \quad (48)$$

$$\left(\Delta\omega_{e2}^{\Pi} \right)_{\max} = \frac{0,5M_{e\max} K_1 \left(k^2 + \frac{\bar{\omega}_e}{2} i_{\Pi}^2 \right)}{\eta_{\text{мдв}} t_{\Pi} \left(I_{\text{зв}}^{\text{дв}} + I_{\text{звI}}^{\text{тп}} + I_{\text{звII}}^{\text{тп}} + \frac{m_a r_{\text{д}}^2}{u_0^2 u_{\text{к}}^2} \right) \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2}. \quad (49)$$

Аналіз виразів (45), (48), (49) показує, що чим менше величина

$$A = \left(k^2 - \frac{\bar{\omega}_e}{4} i_{\Pi}^2 \right)^2, \quad (50)$$

тим більші значення максимальних відхилень кутової швидкості вала двигуна $\left(\Delta\omega_e^{\Lambda} \right)_{\max}$, $\left(\Delta\omega_{e1}^{\Pi} \right)_{\max}$, $\left(\Delta\omega_{e2}^{\Pi} \right)_{\max}$. Тому при проектуванні автомобілів треба прагнути до одержання $A=A_{\max}$.

Висновки

1. У результаті виконаного дослідження оцінена можливість підтримання постійної кутової швидкості колінчастого вала ДВЗ на усталеному та неусталеному режимах руху автомобіля у разі використання безступінчастої трансмісії.

2. На усталеному та неусталеному режимах руху автомобіля необхідно забезпечити найбільшу різницю кругових частот вільних коливань вхідного вала трансмісії (з урахуванням зведених до нього мас автомобіля і трансмісії) і коливань крутного моменту ДВЗ, що визначається величиною $0,5\bar{\omega}_e i_{\Pi}$.

Перелік джерел посилання

1. Двигатели внутреннего сгорания. Теория поршневых и комбинированных двигателей / под ред. А. С. Орлина, М. Г. Круглова. Москва : Машиностроение, 1983. 372 с.
2. Петров В. А. Автоматические системы транспортных машин. Москва : Машиностроение, 1974. 336 с.
3. Чудаков Е. А. Пути повышения экономичности автомобиля. Москва : АН СССР, 1948. 168 с.
4. Петров В. А. Автоматизация управления бесступенчатой передачей. *Автоматизация управления автомобилем* : Материалы отраслевой науч.-технич. конф., 27–30 окт. 1964 г. Москва : ОНТИ-НАМИ, 1965. С. 55–81.
5. Петров В. А. Автоматическое управление бесступенчатых передач самоходных машин. Москва : Машиностроение, 1968. 384 с.

6. Фаробин Я. Е. Фрикционные передачи автомобилей и тракторов. Москва : Машгиз, 1962. 164 с.
7. Кайдалов Р. О. Наукові основи створення автомобілів з комбінованою енергетичною установкою : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня д-ра техн. наук : 05.22.02. Харків, 2018. 40 с.
8. Подригало Н. М. Концепция обеспечения эффективности и контроля функциональной стабильности моторно-трансмиссионных установок транспортно-тяговых средств: дис. ... д-ра техн. наук : 05.22.20. Харьков, 2016. 408 с.
9. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. Москва : Наука, 1968. 480 с.

Стаття надійшла до редакції 30.10.2019 р.

УДК 629.017

М. А. Подригало, А. А. Коряк, В. И. Вербицкий

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ РАБОТЫ АВТОМОБИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПОСТОЯННОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА

Исследована возможность поддержания постоянной угловой скорости коленчатого вала двигателя внутреннего сгорания на разных режимах движения автомобиля при использовании бесступенчатой трансмиссии. Разработан метод оценки устойчивости работы автомобильного двигателя.

К л ю ч е в ы е с л о в а: коленчатый вал, двигатель внутреннего сгорания, трансмиссия, крутящий момент, частота колебаний.

UDC 629.017

M. Podrigalo, O. Koriak, V. Verbytskyi

EVALUATION OF CAR ENGINE STABILITY AT THE CONSTANT CRANKSHAFT ANGULAR SPEED

The operation of the automobile engine at a constant angular speed of the crankshaft at an unsteady mode of movement of the car allows increasing its energy and fuel efficiency. It is necessary to use a continuously variable transmission, which allows you to change the speed of the vehicle with infinitely variable gear ratio change transmission without acceleration of the rotating masses of the engine.

With a continuously variable automatic change gear ratio of the transmission, it is possible to realize engine operating modes that provide maximum effective engine power, maximum effective engine torque, and also minimum effective specific fuel consumption. It should be noted, that even with perfect management continuously variable transmission fails to obtain the constant value of the angular velocity of the crankshaft, as the internal combustion engine generates oscillations of the indicator torque.

As a result of the study, an assessment of the possibility of maintaining a constant angular velocity of the crankshaft at steady and unsteady vehicle motion modes was made. The possibility of transmission operation in the pre-resonance and non-resonance frequency regions has been taken into account. A method has been developed for assessing the stability of an automobile engine with uneven effective torque of an internal combustion engine and a continuously variable transmission. The calculated dependencies are obtained, taking into account the elastic-inertial properties of the transmission and the coefficient of unevenness of the engine's torque, allowing determining the maximum deviations of the angular velocity of the crankshaft in the considered vehicle motion modes. It is shown, that the operation of the transmission in the near-resonance zone not only leads to additional cyclic loads on the parts and components of the transmission itself, but also reduces the energy efficiency of the vehicle power plant. Recommendations to improve the performance of motor-transmission units are formulated.

К e y w o r d s: crankshaft, the internal combustion engine, transmission, turning torque, frequency of oscillation.

Подригало Михайло Абович – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник науково-дослідного центру службово-бойової діяльності НГУ Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0002-1624-5219>

Коряк Олександр Олексійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри деталей машин і теорії механізмів і машин Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

<https://orcid.org/0000-0001-9119-0660>

Вербицький Віктор Ілліч – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри інформатики і прикладної математики Харківського національного автомобільно-дорожнього університету.

<https://orcid.org/0000-0003-3595-0893>