

УДК 311.214



В. М. Бацамут

## ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ РОЗМІРІВ ГОРИЗОНТУ ПРОГНОЗУВАННЯ ДЛЯ ТРЕНДОВИХ МОДЕЛЕЙ

Обґрунтовується підхід до визначення розмірів горизонту прогнозування для здійснення прогнозів за трендовими моделями. Запропонований підхід ураховує швидкість розвитку досліджуваного процесу та дисперсію накопичених оцінок і ґрунтується на контролі перебування прогнозованої оцінки у межах певного інтервалу.

*К л ю ч о в і с л о в а:* показник, оцінка, часовий ряд, трендова модель, прогноз, горизонт прогнозування.

**Постановка проблеми.** Одним із ключових елементів у процесі прийняття управлінських рішень у сучасному житті є прогнозування. Регулярне прогнозування процесів і явищ дозволяє не тільки приймати ефективні управлінські рішення, а і накопичувати досвід, який сприяє підвищенню точності і надійності прогнозів, удосконалювати методи і процедури прогнозування.

У розробленні прогнозів органами військового управління, в тому числі і Національної гвардії України, одним з головних питань є обґрунтування граничного (максимального) розміру періоду прогнозування, так званого горизонту прогнозування. Частіше за все він визначається під час прогнозування за трендовими моделями.

Наразі в теорії прогнозування з даного питання не вироблено єдиних уніфікованих підходів і рекомендацій. Обґрунтування розмірів горизонту прогнозування виконують розробники прогнозів, виходячи із особливостей процесів (явищ), що моделюють, застосовуваних методів прогнозування та власних міркувань (переконань), враховуючи набутий емпіричний досвід.

Отже, можна констатувати, що в теорії прогнозування бракує єдиних поглядів на це питання, що вимагає проведення відповідних досліджень і розроблення підходів, які дозволять коректно обґрунтовувати (визначати) розміри горизонту прогнозування.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У своїй праці [1] С. Макрідакіс показав, що із зростанням горизонту прогнозування відсоток прогнозних значень, що потрапляють у довірчий інтервал, зменшується. Звідси виникла задача обґрунтування такого розміру горизонту, який, виходячи з деяких міркувань, задовільнив би особу, яка приймає рішення.

У джерелах [2, 3] зазначається, що оцінку розміру горизонту прогнозування  $\bar{L}$  для трендових моделей слід визначати за виразом

$$\bar{L} \leq \frac{1}{3} \cdot n, \quad (1)$$

де  $n$  – інформаційна база прогнозу (довжина накопиченого часового ряду).

Автори, наводячи вираз (1), тим самим дають певні рекомендації з вибору розміру горизонту прогнозування, ніяким чином не пояснюючи, чому саме третина довжини часового ряду повинна бути взята за граничну оцінку. Можна дійти висновку, що, мабуть, така оцінка впливає з накопиченого досвіду практичної діяльності.

У джерелах [4, 5] автори наводять безрозмірний показник глибини прогнозування та вираз для розрахунку значень цього показника, запропонований В. Белоконом:

$$T = \frac{\Delta t}{t}, \quad (2)$$

де  $\Delta t$  – час упередження (іншими словами та сама глибина прогнозування);  $t$  – величина еволюційного циклу об'єкта прогнозування.

В основному цей показник розроблений і використовується для вибору зі всієї множини методів прогнозування методу певного виду, який апріорі даватиме точніші результати на деякому етапі управління. При цьому загальна логіка закладена така: якщо величина часу упередження вміщується в еволюційний цикл ( $T \ll 1$ ), то для прогнозування процесу (явища) потрібно вибирати формалізовані методи прогнозування; якщо ж в прогнозному періоді вміщуються кілька еволюційних циклів об'єкта прогнозування ( $T \gg 1$ ), то на перший план повинні виходити інтуїтивні методи (методи експертних оцінок).

Утім такі підходи не можуть вважатися достатньо коректними в силу таких причин: по-перше, оцінки, отримані за виразами (1) та (2), не враховують темпів розвитку процесу, який прогнозується; по-друге, вони не враховують статистичних характеристик досліджуваного ряду динаміки – внутрішніх властивостей процесу (явища). Саме ці два аспекти кардинальним чином впливатимуть на розміри горизонту прогнозування, що робить мало виправданим застосування зазначених підходів.

**Мета статті** – обґрунтувати підхід до визначення граничних розмірів горизонту прогнозування для трендових моделей.

**Виклад основного матеріалу.** Прогнозування значення деякого показника за трендовими моделями передбачає наявність аналітичного виразу  $\tilde{y}_t = f(t)$ , що описує тренд у досліджуваному періоді часу. Певна функція  $\tilde{y}_t = f(t)$  отримується зазвичай широко відомим методом найменших квадратів на основі накопичених статистичних даних у вигляді часових рядів (рядів динаміки). З цією метою використовуються різні криві росту. Вибір виду певної кривої проводиться шляхом дослідження характеру змін у розвитку процесу і співставленням цього характеру з видом кривої. При цьому прагнуть, щоб вибрана крива якомога точніше відповідала загальній тенденції розвитку процесу (явища).

Для виходу за межі досліджуваного періоду (для здійснення прогнозу) потрібно збільшити значення незалежної змінної  $t$  на таку кількість кроків уперед (від останнього моменту часу), наскільки це цікавить дослідника. В цьому полягає смисл екстраполяційного методу прогнозування – вважається, що ті тенденції, які склалися в процесі розвитку у минулому, будуть існувати (збережуться) і у майбутньому.

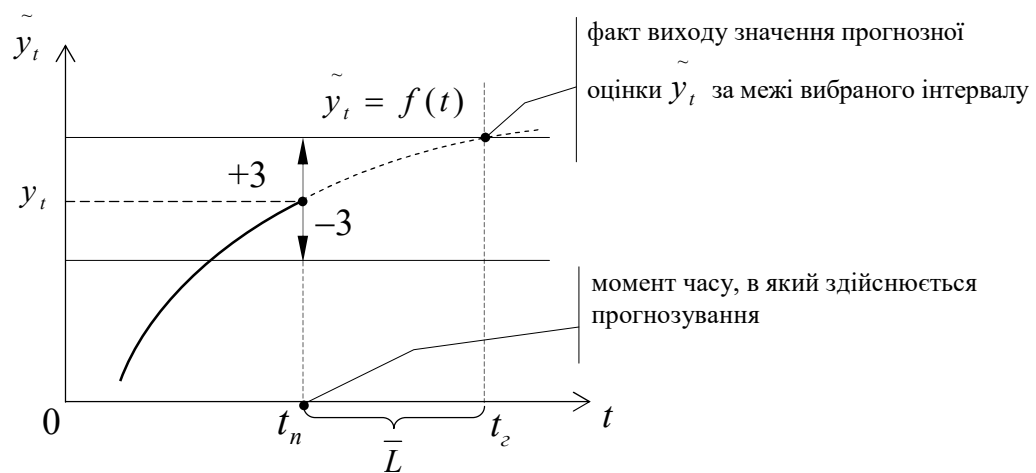
За такого підходу до прогнозування передбачається, що окремі рівні часового ряду (оцінки процесу) формуються під впливом великої множини факторів, причому ступінь впливу окремо для кожного фактора встановити неможливо або це ускладнено. Отримувані таким чином прогнозні оцінки є середніми точковими оцінками значення певного соціально-економічного показника на вибраному інтервалі прогнозування і розподілені за нормальним законом.

Наведене дозволяє застосувати до таких оцінок правило 3-х  $\sigma$  і накладати на їх значення таке обмеження: значення отриманої точкової оцінки при екстраполяційному прогнозуванні не повинне змінюватися більше ніж на величину  $\mp 3\sigma$ . Правомочність цього твердження пояснюється такими міркуваннями. Дослідник не може оперувати інформацією більшою за ту, що у нього є в момент прогнозування. К цьому часу розкид значень рівнів ряду динаміки в цілому відомий, тому точкові прогнозні оцінки, що лежать поза межами дисперсії, не можуть вважатися надійними.

Інші точкові прогнозні оцінки  $\tilde{y}_t$ , отримані за трендовою моделлю  $\tilde{y}_t = f(t)$ , із довірчою ймовірністю  $P = 0,997$  перебуватимуть всередині інтервалу  $[y_t - 3\sigma; y_t + 3\sigma]$ , де  $y_t$  – останнє значення тренда, отримане за функцією  $f(t)$  до початку прогнозування.

Неухилення значень точкових прогнозних оцінок від зазначеного довірчого інтервалу на певному періоді прогнозування надає підстави для його (періоду прогнозування) збільшення на один крок. Потім процедура ітераційно повторюється доти, поки значення прогнозної оцінки не вийде за межі інтервалу. Факт виходу значення прогнозної оцінки за межі інтервалу в результаті чергової ітерації вказує на недоцільність подальшого збільшення періоду прогнозування за отриманою трендовою моделлю і тим самим визначатиме оцінку його граничного розміру – горизонту,  $\bar{L} = t_r - t_n$  (див. рис.).

За такої логіки час, за який значення прогнозної точкової оцінки  $\tilde{y}_t$  вийде за межі інтервалу  $[y_t - 3\sigma; y_t + 3\sigma]$ , залежатиме від розмірів як самого середнього квадратичного відхилення  $\sigma$ , так і швидкості розвитку досліджуваного процесу.



Визначення розмірів горизонту прогнозування  $\bar{L}$   
для поліноміальної залежності (варіант)

Ураховуючи зазначене, справедливим є вираз

$$\bar{L} \cong \frac{6\sigma}{|f'(t_n)|}; \text{ де } |f'(t_n)| > 0, \quad (3)$$

де  $\bar{L}$  – оцінка розміру горизонту прогнозування (кількість діб);  $t_n$  – час початку прогнозування, відповідає останньому ( $n$  - му) значенню тренда  $y_t$ ;  $f'(t_n)$  – швидкість розвитку досліджуваного процесу на момент часу  $t_n$ ;  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення прогнозних оцінок.

Значення  $\sigma$  найчастіше визначають за виразом [5]

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (H_t - \tilde{y}_t)^2}{n - k}}, \quad (4)$$

де  $H_t$  – значення оцінки на момент часу  $t$ , отримане за результатами спостереження;  $\tilde{y}_t$  – прогнозне значення оцінки на момент часу  $t$ , отримане за трендовою моделлю;  $n$  – кількість спостережень

(довжина часового ряду);  $k$  – кількість параметрів трендової моделі (наприклад, для полінома другого степеня  $k=3$ , для полінома третього степеня  $k=4$  і т. д., для лінійної функції  $k=2$ ).

Зрозуміло, що певні розміри періоду прогнозування  $L$  для визначення прогнозних оцінок слід вибирати з інтервалу

$$1 \leq L \leq \bar{L}, \quad (5)$$

за обмеження

$$1 \leq \bar{L} \leq n, \quad (6)$$

де  $n$  – довжина вихідного часового ряду (інформаційна база прогнозу).

З виразу (3) виходить, що зі збільшенням розмірів інтервалу глибина прогнозу збільшується, а зі зростанням швидкості змін у досліджуваному процесі (явищі) – зменшується, що є цілком логічним, виходячи із загальної методології прогнозування за трендовими моделями.

Згідно з виразом (6) горизонт прогнозування обмежується розмірами інформаційної бази прогнозу, оскільки не коректно вважати, що можна отримати достовірний прогноз на глибину, яка є більшою за ретроспективний інтервал.

Застосування виразу (3) не поширюється на постійні функції, оскільки для них  $|f'(t_{II})| = 0$ . Натомість з обмеження (6) слідує, що для постійних функцій горизонт прогнозування може бути співставним із розмірами інформаційної бази прогнозу, що в цілому вкладається в таке пояснення. Якщо в часовому ряді з  $n$  рівнів є тренд (стійка закономірність), і цей тренд є лінійним і постійним, то цілком логічно припустити, що процес і надалі, протягом  $n$  кроків, розвиватиметься за цією траєкторією (без прискорень і ривків). Однак в реальному житті процеси, що описуються такими функціями, є вкрай поодинокими.

Втім для більшості інших функцій (процесів) за виразом (3) можна отримати оцінку розміру горизонту прогнозування. Зауважимо, що за методологією прогнозування за трендовими моделями до цього моменту вже відома сама модель з її параметрами, а також обчислене середнє квадратичне відхилення рядів вихідного часового ряду. Тому використання виразу (3) на практиці не створюватиме ніяких труднощів.

Також на цьому етапі для дослідника бажано оперувати певними оцінками надійності тих прогнозних оцінок, що отримуватимуться на визначеному горизонті прогнозування за розробленою трендовою моделлю.

З цією метою, як завжди, доцільно використовувати оцінки розміру довірчого інтервалу, розраховані для прийнятого рівня довіри  $\alpha$ :

$$y_t \pm t_{\alpha} \sigma K, \quad (7)$$

де  $y_t$  – останнє значення тренда, отримане за функцією  $f(t)$  до початку прогнозування;  $t_{\alpha}$  – значення  $t$ -статистики Стьюдента;  $\sigma$  – середнє квадратичне відхилення прогнозних оцінок, отриманих за моделлю, від результатів спостереження, розраховане за виразом (4);  $K$  – функція залежності кількості спостережень (інформаційної бази прогнозу  $n$ ) та розмірів періоду прогнозування  $L$ .

Функція  $K$  є стандартизованою середньою квадратичною похибкою моделі, за якою здійснюється прогнозування. У таблиці наведені вирази для розрахунку параметра  $K$  для найбільш “популярних” трендових моделей [6].

*Вирази для розрахунку параметра  $K$  для найбільш “популярних” трендових моделей*

| Тип моделі           | Вираз   |
|----------------------|---|
| Лінійна              | $K = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{\sum t^2} L^2}$   |
| Поліном 2-го степеня | $K = \sqrt{1 + \frac{1}{\sum t^2} L^2 + \frac{\sum t^4 - (2\sum t^2) L^2 + nL^4}{n\sum t^4 - (\sum t^2)^2}}$  |
| Поліном 3-го степеня | $K = \sqrt{1 + \frac{1}{\sum t^2} L^2 + \frac{\sum t^4 - (2\sum t^2) L^2 + nL^4}{n\sum t^4 - (\sum t^2)^2} + \frac{(\sum t^6 - 2\sum t^4) L^2 + (\sum t^2) L^6}{\sum t^2 \sum t^6 - (\sum t^4)^2}}$ |

Як можна бачити з виразу (7) та таблиці, розміри довірчого інтервалу зменшуватимуться зі збільшенням інформаційної бази прогнозу  $n$ , і навпаки – інтервал збільшуватиметься зі збільшенням періоду прогнозування  $L$ , що є цілком логічним.

Отже, у сукупності вирази (3)–(7) дозволяють створити базу для обґрунтування розмірів горизонту прогнозування досліджуваного часового ряду (ряду динаміки) та отримати оцінки надійності отримуваних прогнозних даних за вибраною трендовою моделлю.

Підхід, викладений в цій статті, не накладає жорстких вимог на розміри горизонту прогнозування, їх (розміри) дослідник може збільшувати на свій розсуд, виходячи із власних міркувань та переконань. Однак реалізація прогнозів, отриманих за границею, розрахованою за виразами (3)–(6), є вкрай сумнівною. Додатково на цей факт вказуватимуть і збільшені розміри довірчого інтервалу.

### Висновки

У статті викладений підхід до оперативного визначення розмірів горизонту прогнозування для трендових моделей. В основу підходу покладена ідея про недоцільність подальшого збільшення інтервалу прогнозування у разі виходу точкового прогнозу за межі інтервалу  $\mp 3\sigma$  для рівнів вихідного ряду динаміки.

У порівнянні з відомими, розроблений підхід ураховує такі важливі характеристики досліджуваного ряду динаміки, якими є середнє квадратичне відхилення (дисперсія) вихідних оцінок та характер тенденцій у розвитку процесу, що дозволяє обґрунтовано надавати оцінки горизонту прогнозування. Глибина горизонту прогнозування залежатиме прямо пропорційно від дисперсії рівнів ряду динаміки і зворотно пропорційно від швидкості розвитку досліджуваного процесу.

Підхід, що запропонований у статті, може бути застосований для багатьох прогнозних функцій (моделей), як лінійних, так і нелінійних. Для постійних функцій глибину прогнозу можна вибирати більшою ніж  $1/3 n$ , вона обмежується лише довжиною вихідного ряду динаміки.

Викладений у статті підхід доцільно використовувати в практичній діяльності органів військового управління Національної гвардії України під час прогнозування тенденцій розвитку оперативної обстановки у сфері охорони громадського порядку та забезпечення громадської безпеки в межах певного району (регіону) країни.

### Перелік джерел посилання

1. Makridakis S., Hibon M. Confidence Intervals. An Empirical Investigation of the Series in the M-Competition. *International Journal of Forecasting*. 1987. Vol. 3. P. 489–508.
2. Боташева Ф. Б. Длина “горизонта будущего” как критерий прогнозируемости экономического процесса. *Вестник Адыгейского государственного университета*. 2012. № 2. С. 32–41.

3. Винтизенко И. Г., Колесников И. М., Шадуев М. Г. Прогнозирование в моделях экономических систем. Кисловодск : КИЭП, 2001. 100 с.
4. Тихонов Э. Е. Методы прогнозирования в условиях рынка : учеб. пособие. Невинномысск, 2006. 221 с.
5. Татаренко С. И. Методы и модели анализа временных рядов : метод. указания к лабораторн. работам. Тамбов : ТГТУ, 2008. 32 с.
6. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования. 2-е изд., перераб. и доп. Москва : Статистика, 1977. 199 с.

*Стаття надійшла до редакції 03.08.2020 р.*

**УДК 311.214**

**В. Н. Бацамут**

### **ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ РАЗМЕРОВ ГОРИЗОНТА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ ТРЕНДОВЫХ МОДЕЛЕЙ**

*Обосновывается подход к определению размеров горизонта прогнозирования для осуществления прогнозов по трендовым моделям. Предложенный подход учитывает скорость развития исследуемого процесса и дисперсию накопленных оценок и основывается на контроле пребывания прогнозной оценки в пределах определенного интервала.*

*К л ю ч е в ы е с л о в а: показатель, оценка, временной ряд, трендовая модель, прогноз, горизонт прогнозирования.*

**UDC 311.214**

**V. Batsamut**

### **APPROACH TO DETERMINATION OF SIZES OF THE FORECASTING HORIZON FOR TREND MODELS**

*The article substantiates an approach to determining the size of the forecasting horizon for making forecasts using trend models. In contrast to the known approaches, the proposed approach takes into account the rate of development of the process under study and the variance of accumulated estimates and is based on controlling the stay of the predictive estimate within a certain interval. The sizes of the interval are determined by the selected quantile of the standard deviation of the values of the random variable.*

*The author substantiated a set of calculated expressions to obtain estimates of the permissible forecasting horizon for trend models. The approach proposed in the article does not apply to constant functions, since they do not reflect the rate of change of processes.*

*It is proposed to carry out the reliability of forecast estimates obtained on the calculated forecasting horizon according to the classical scheme - through the size of the confidence interval calculated for a certain level of significance, which is chosen by the decision-maker.*

*For this purpose, the article provides expressions for calculating the standard mean square error for a linear function, as well as polynomials of the 2nd and 3rd orders.*

*The approach developed in the article is proposed to be used in the practical activities of the management bodies of law enforcement formations during the forecasting of trends in the development of the operational situation in the field of public order protection, as well as ensuring public safety in the country's region.*

*К е y w o r d s: indicator, estimation, time series, trend model, forecast, forecasting horizon.*

**Бацамут Володимир Миколайович** – доктор військових наук, старший науковий співробітник, заступник начальника науково-дослідного центру – начальник науково-дослідної лабораторії службово-бойового застосування НГУ Національної академії Національної гвардії України.

<https://orcid.org/0000-0003-2182-6891>