

УДК 623.546



В. І. Грабчак



С. В. Бондаренко



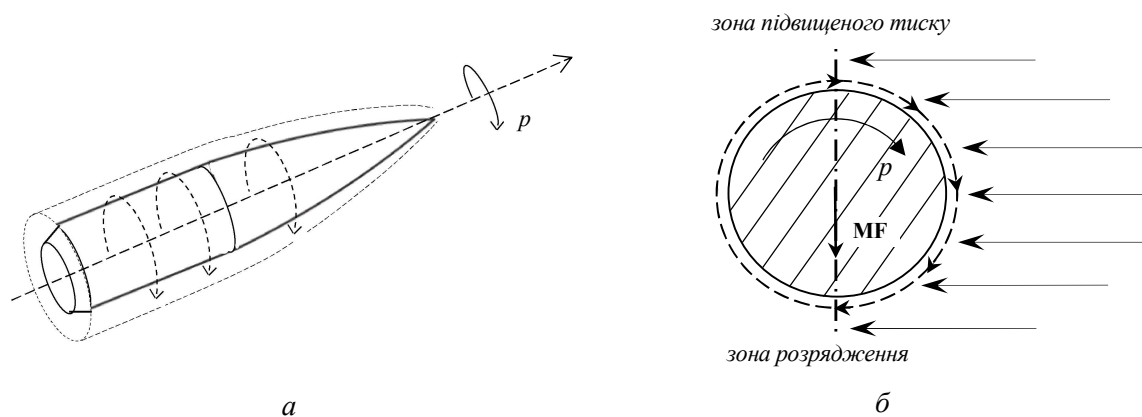
Р. В. Бубенщиков

СИЛА ТА МОМЕНТ СИЛИ МАГНУСА. ЇХ ВПЛИВ НА ДАЛЬНІСТЬ СТРІЛЬБИ 155-ММ СНАРЯДІВ

Показано, що сила та момент сили Магнуса залежать від щільності повітря, кутової швидкості обертання та швидкості польоту снаряда, бокової поверхні і діаметра снаряда та кута його нутації. Для оцінювання впливу сили та моменту сили Магнуса на дальність польоту снаряда використаний метод різниць, який полягає в розв'язуванні системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда так, щоб змінюючи значення аеродинамічного коефіцієнта, отримувати зміну величини дальності польоту снаряда. Проведене чисельне моделювання залежностей дальності польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 та 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB від зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту сили Магнуса на 1 %. Отримані результати надають можливість оцінити потрібну точність визначення аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту сили Магнуса за різних умов стрільби артилерійськими системами.

К л ю ч о в і с л о в а : артилерійський снаряд, сила Магнуса, момент сили Магнуса, аеродинамічні коефіцієнти, дальність стрільби, відносна похибка, метод різниць.

Постановка проблеми та аналіз публікацій. Однією з найважливіших сил, що діють на снаряд під час його руху в повітрі, і водночас найменш дослідженою є сила Магнуса. Своєю появою вона зобов'язана в'язким властивостям повітря. Під час руху снаряд, який обертається, захоплює за собою частки повітря і навколо нього утворюється циркуляційний потік, який взаємодіє з потоком повітря, що набігає, перпендикулярному осі снаряда (рис. 1 а).



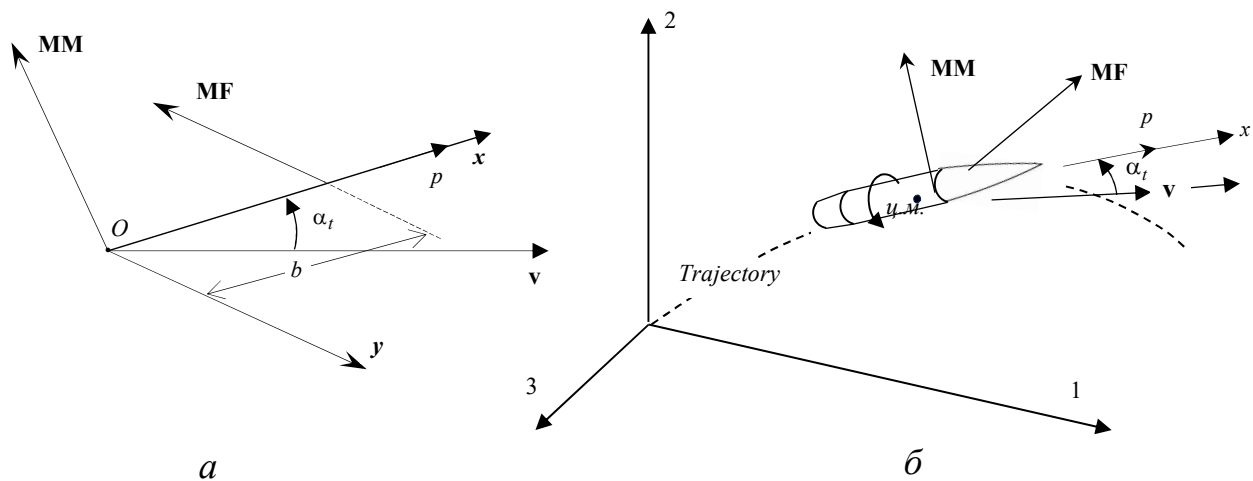
а – утворення циркуляційного потоку; *б* – зона підвищеного тиску та зона розрядження

Рисунок 1 – Схема виникнення сили Магнуса

Внаслідок цього утворюється зона підвищеного тиску повітря та зона розрядження, тобто виникає різниця тиску, що діє на снаряд, яка призводить до виникнення сили Магнуса, спрямованої перпендикулярно площині опору снаряда (площина, яка проходить через вісь снаряда та дотичну до траєкторії) в ту сторону, звідки перехід від вектора полярної складової кутової швидкості обертання снаряда p до швидкості його польоту v в найкоротшому напрямку уявляється таким, що відбувається проти ходу стрілки годинника (рис. 1, б) [1, 2, 3].

Тут і далі у тексті статті введемо позначення: сила Магнуса – Magnus Force (MF), момент сили Магнуса – Magnus Moment (MM), їх аналітичні вирази відповідно до STANAG 4355 (Edition 3) [4]. Для позначення векторів будемо використовувати напівжирні букви, для скалярів – стандартні букви.

Здебільшого точка докладання сили MF знаходиться на осі снаряда або попереду, або позаду його центра мас (ц. м.) на відстані b та утворює момент MM. Він лежить у площині кута нутації снаряда α_t і спрямований перпендикулярно осі його обертання O_x (рис. 2, а). Його напрямок на рисунку відповідає випадку, коли точка докладання сили MF знаходиться поміж ц. м. та головною частиною снаряда. Отже, вплив MF та MM у сукупності з умовами вильоту снаряда з каналу ствола зумовлює складний характер руху снаряда в повітрі (рис. 2, б) [1, 2, 3, 5].



a – схема докладання MF та MM; *б* – дія MF та MM на снаряд у польоті;
 O_0123 – нормальна земна система координат

Рисунок 2 – Схема дії сили та моменту сили Магнуса

Експериментальне дослідження MF та MM зводиться до визначення їх аеродинамічних коефіцієнтів для різних значень чисел Маха (M). Залежність MM та MF від числа Рейнольдса (Re) зазвичай враховується для снарядів, які мають суттєво видовжену форму, крім того за надкритичних значень Re величини MF та MM змінюються несуттєво, і в подальшому їх залежність від Re найчастіше не враховується [1, 2, 5]. Провідними науковцями Ballistic Research Laboratories (BRL) – Балістичної дослідної лабораторії Сполучених Штатів Америки (Абердинський полігон, штат Меріленд) оприлюднені кількісні показники, отримані при визначенні аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM існуючими методами (табл. 1) [1].

Таблиця 1 – Показники точності, отримані при визначенні аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту сили Магнуса

| Aerodynamic Coefficient | Wind Tunnel, % | Aeroballistic Range, % | PRODAS, % |
|-------------------------|----------------|------------------------|-----------|
| Magnus Force | Large | 25 | 33 |
| Magnus Moment | Large | 10 – 20 | 15 – 25 |

Важливішим практичним додатком теоретичних положень визначення аеродинамічних коефіцієнтів сили та моменту сили Магнуса є їх використання для розрахунку траєкторій польоту снарядів і складання Таблиць стрільби. Отже, природно за міру точності їх визначення прийняти точність визначення табличної дальності, тобто похибка визначення сили лобового опору повітря не повинна перевищувати похибку визначення табличної дальності [5, 6, 7]. У цьому напрямі актуальним та затребуваним завданням є оцінювання впливу зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM на дальність польоту снаряда, що своєю чергою дає змогу сформулювати вимоги до потрібної точності їх розрахунку.

У статті [8] подані результати чисельного моделювання залежностей відхилення дальності польоту снаряда ОФ-462Ж 122-мм гаубиці Д-30 від точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM.

Російсько-українська війна продемонструвала перевагу західних зразків артилерійської зброї калібру 155 мм, які є на озброєнні Збройних Сил України, над радянсько-російськими зразками калібрів 122 мм та 152 мм, що застосовують збройні сили РФ. Так, застосування артилерійських систем калібру 155 мм дало змогу підвищити дальність ураження цілей противника до 35-40 км., а точність – у 1,5-1,7 разу.

Метою статті є оцінювання впливу аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM на дальність стрільби артилерійських систем (снарядів) калібру 155 мм.

Виклад основного матеріалу.

Аналітичний опис сили та моменту сили Магнуса. Дослідження сили Магнуса показують, що вона залежить від щільності повітря, кутової швидкості обертання та швидкості польоту снаряда, бокової поверхні та діаметру снаряда, а також кута його нутації. Сила MF визначається векторним рівнянням [1, 3, 4]

$$MF = \frac{1}{8} \pi \rho d^3 p C_{mag-f} (\mathbf{a}_t \times \mathbf{v}), \quad (1)$$

де ρ – щільність повітря;

d – діаметр (калібр) снаряда;

C_{mag-f} – аеродинамічний коефіцієнт MF;

\mathbf{v} – вектор швидкості польоту снаряда у нормальній Земній системі координат; він має компоненти:

$$\mathbf{v} = [v_1, v_2, v_3]; v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Кутова швидкість обертання снаряда p визначається [1, 4] як

$$p = p_0 + \int_0^t \dot{p} dt. \quad (2)$$

Кутове прискорення снаряда

$$\dot{p} = \frac{\pi \rho d^4 p v C_{spin}}{8 I_x},$$

з початковими умовами

$$p_0 = \frac{2\pi \omega_0}{k_c d},$$

де p_0 – кутова швидкість снаряда на зрізі ствола гармати;

t – час польоту снаряда;

u_0 – початкова швидкість польоту снаряда;

k_c – відносна довжина ходу нарізів ствола гармати.

Як було зазначено, сила MF, а саме точка її докладання, не співпадає з ц. м. снаряда, що обумовлює утворення моменту сили MM, векторне рівняння якого [1, 3, 4]

$$\mathbf{MM} = -\left(\frac{\pi\rho d^4}{8I_x}\right)C_{mag-m}(\mathbf{H} \cdot \mathbf{x})[(\mathbf{v} \cdot \mathbf{x})\mathbf{x} - \mathbf{v}], \quad (3)$$

де \mathbf{H} – вектор кінетичного моменту снаряда;

I_x – полярний момент інерції снаряда;

C_{mag-m} – аеродинамічний коефіцієнт MM;

\mathbf{x} – одиничний вектор, що проходить вздовж осі симетрії снаряда у напрямку до головної частини, у фіксованій земній системі координат (рис. 2, б); він має компоненти

$$\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3].$$

Методика оцінювання впливу похибки дальності польоту снаряда від зміни величини аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM. Для цього використаємо метод різниць, який полягає в розв'язуванні системи диференціальних рівнянь просторового руху снаряда таким чином, щоб змінюючи значення аеродинамічного коефіцієнта снаряда, отримувати зміну величини дальності його польоту [2]. У такий спосіб можна отримати залежність відносної похибки дальності від зміни величини кожного з аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM.

Вважатимемо, що дійсним (збуреним) умовам стрільби відповідають величини

$$C_{mag-f}, C_{mag-m}, a_1, a_2, \dots, a_i, \quad (4)$$

розрахунковим (незбуреним) умовам – величини

$$C_{mag-fN}, C_{mag-mN}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}, \quad (5)$$

де a_i – параметри, які характеризують балістичні, метеорологічні та геофізичні умови стрільби.

Повна горизонтальна дальність дійсної траєкторії розглядається як функція величин (4), а повна горизонтальна дальність розрахункової траєкторії – як функція величин (5).

Послідовність оцінювання впливу аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} на дальність польоту снаряда така:

а) система диференціальних рівнянь, що описує просторовий рух снаряда за умов стрільби, коли змінюється значення аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} , а інші залишаються незмінними, інтегрується чисельним методом; у процесі розв'язування системи визначається повна горизонтальна дальність

$$D = D(C_{mag-f}, a_1, a_2, \dots, a_i); \quad (6)$$

б) інтегруються рівняння, що характеризують рух снаряда за розрахункових (незбурених) умов, та визначається повна горизонтальна дальність

$$D_N = D(C_{mag-fN}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}); \quad (7)$$

в) розбіжність (похибку) в значеннях повної горизонтальної дальності отримують як

$$\delta D = D(C_{mag-f}, a_1, a_2, \dots, a_i) - D_N(C_{mag-fN}, a_{1N}, a_{2N}, \dots, a_{iN}). \quad (8)$$

Послідовність оцінювання впливу аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} на дальність польоту снаряда аналогічна крокам а), б), в).

Для реалізації наведеної методики та подальших розрахунків використана математична модель просторового руху 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 з сімейства перспективних артилерійських снарядів південноафриканської фірми Denel Naschem – Assegai (Спис) M200X Series 155-mm Projectiles. Математична модель доповнена аеродинамічними коефіцієнтами сил (моментів) снаряда та реалізована програмно на основі стандартної підпрограми чисельного інтегрування диференціальних рівнянь, що написана в програмному середовищі Maple [9 – 12]. Адекватність моделі підтверджується рішенням прямої балістичної задачі для 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 за заданих табличних початкових умов та порівнянням основних параметрів польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000, розрахованих за математичною моделлю, та параметрів польоту цього снаряда, що розраховані BRL та прийняті як еталонні. На рисунку 3 наведений загальний вигляд і основні геометричні та інерційно-вагові характеристики 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 [13].

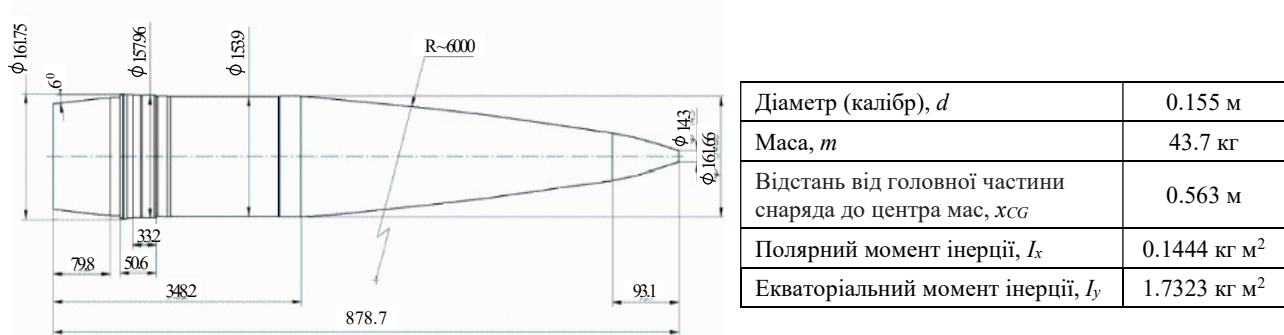


Рисунок 3 – Основні геометричні та інерційно-вагові характеристики 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000

Початковими умовами математичного моделювання процесу польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 прийнято такі:

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0; \varphi_0 = 1000 \text{ mil} = 0.982 \text{ рад}; \\ g_1 &= 0; g_2 = -9,80665 \text{ м/с}^2; g_3 = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

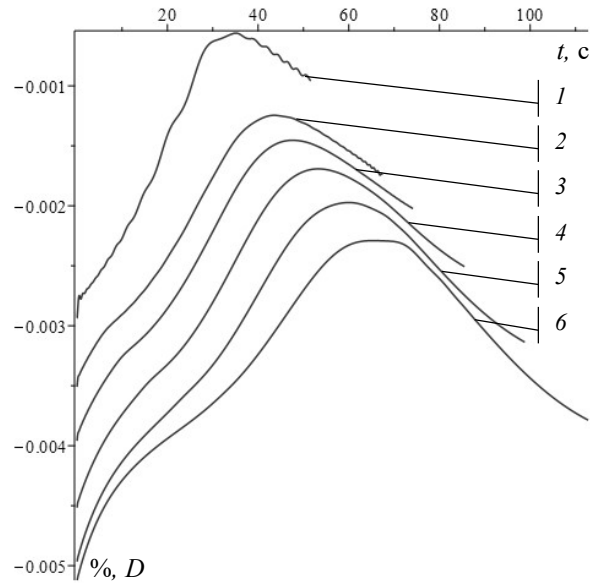
де θ_0, φ_0 – кути відхилення поздовжньої осі ствола гармати відповідно у горизонтальній та вертикальній площинах;

g_1, g_2, g_3 – складові прискорення сили тяжіння.

Для більш детального оцінювання впливу аеродинамічних коефіцієнтів MF та MM на дальність польоту снаряда чисельний експеримент проведений для шести швидкостей польоту снаряда (від мінімальної до максимальної):

$$v_0 \in \{308; 465; 545; 673; 811; 944\} \text{ м/с}. \quad (10)$$

Оцінювання впливу аеродинамічного коефіцієнта MF на дальність польоту снаряда. На рисунку 4 подані результати чисельного моделювання польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 у вигляді сімейства залежностей відносної похибки дальності його польоту від початкової швидкості (10), за умови зміни аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} на 1 %.

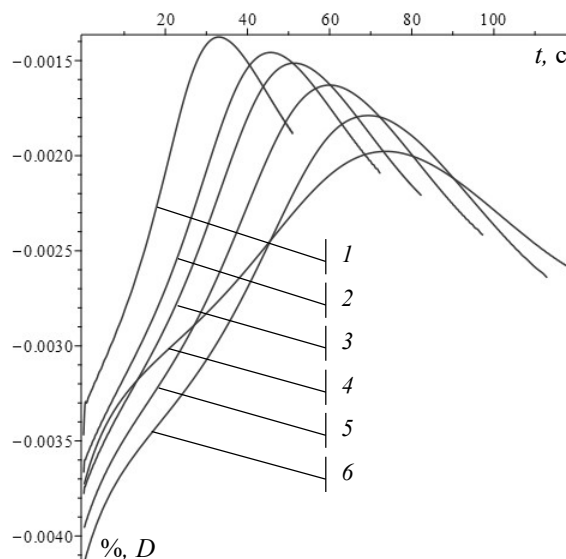


1 – 944 м/с; 2 – 811 м/с; 3 – 673 м/с; 4 – 545 м/с; 5 – 465 м/с; 6 – 308 м/с

Рисунок 4 – Графіки відносної похибки дальності польоту снаряда від зміни величини аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000

Найбільша похибка дальності польоту снаряда спостерігається при стрільбі на мінімальному заряді (швидкість польоту снаряда 308 м/с), відповідно найменша на максимальному заряді (швидкість польоту снаряда 944 м/с). Так, на мінімальному заряді зміна аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} снаряда призводить до відхилення дальності польоту, яке досягає 0,005 % D, відповідно на максимальному заряді – 0,003 % D. Вплив аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} на проміжних зарядах призводить до похибок дальності у межах від 0,003 % D до 0,005 %D.

Результати проведеного чисельного моделювання стрільби 155-мм ОФ снарядом ERFB/BB (Extended Range Full Bore) з початковими умовами (10) також підтверджують вищезазначені висновки (рис. 5).

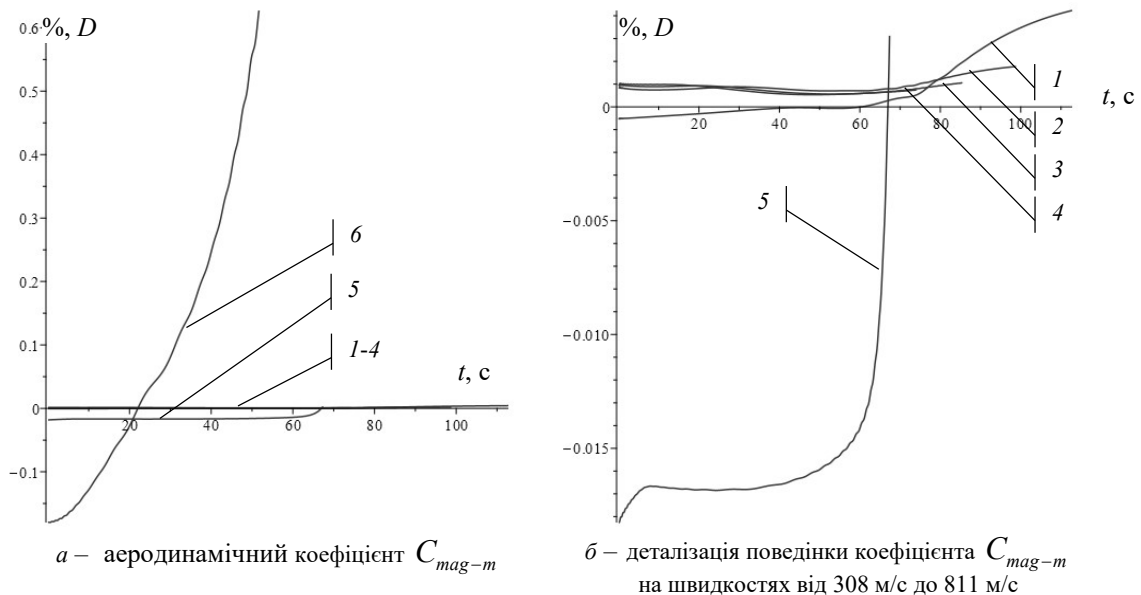


1 – 944 м/с; 2 – 811 м/с; 3 – 673 м/с; 4 – 545 м/с; 5 – 465 м/с; 6 – 308 м/с

Рисунок 5 – Графіки відносної похибки дальності польоту снаряда від зміни величини аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB

З наведених графіків видно, що максимальні значення похибки дальності відбуваються на максимальному заряді, зі збільшенням швидкості польоту снаряда похибка суттєво зменшується.

Оцінювання впливу аеродинамічного коефіцієнта ММ на дальність польоту снаряда. Результати чисельного моделювання польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 у вигляді сімейства залежностей відносної похибки дальності його польоту від початкової швидкості, за умови зміни аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} на 1 % подані на рисунку 6. Найбільша похибка дальності польоту снаряда спостерігається на мінімальному заряді (швидкість 308 м/с), найменша – на максимальному заряді (швидкість 944 м/с) (рис. 6, а). Так, на мінімальному заряді зміна величини аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} призводить до відхилення, яке досягає 0,6 % D.



1 – 944 м/с; 2 – 811 м/с; 3 – 673 м/с; 4 – 545 м/с; 5 – 465 м/с; 6 – 308 м/с

Рисунок 6 – Графіки відносної похибки дальності польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 від зміни величини аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m}

На рисунку 6, б подано деталізацію відносних похибок на швидкостях польоту снаряда від 308 м/с до 811 м/с. Вплив аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} на цих швидкостях проявляється значно менше. Найбільше значення похибки, яку він вносить у дальність польоту снаряда, спостерігається на швидкості 465 м/с, похибка не перевищує 0.018D (рис. 6, б). Решта швидкостей польоту снаряда (1 – 4) призводять до похибок, що на 2-3 порядки менше, порівнюючи з мінімальною швидкістю польоту снаряда.

Висновки

На сьогоднішній день у розрахунках траєкторій польоту снарядів актуальним питанням є визначення та подання сили MF та моменту сили ММ у системі диференціальних рівнянь просторового руху снарядів.

У статті наведені результати чисельного моделювання залежностей відносної похибки дальності польоту 155-мм ОФ снаряда Assegai M2000 та 155-мм ОФ снаряда ERFB/BB від зміни величини їх аеродинамічних коефіцієнтів C_{mag-f} та C_{mag-m} , показано, що:

- для аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-f} найбільша похибка дальності польоту снаряда спостерігається при стрільбі на максимальному заряді, найменша – на мінімальному заряді; на найбільшому заряді відхилення дальності польоту досягає 0,005 % D; на максимальному заряді – 0,003 % D; вплив на проміжних зарядах призводить до похибок у межах від 0,003 % D до 0,005 % D;

- для аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} найбільша похибка дальності польоту снаряда спостерігається на мінімальному заряді, відхилення досягає 0,6 % D; вплив на максимальному та проміжних зарядах призводить до значно менших відхилень (на 1-3 порядки менше, порівнюючи з мінімальною швидкістю польоту снаряда) та знаходиться в межах від 0,003 % D до 0,005 % D.

Значна різниця у значеннях аеродинамічного коефіцієнта C_{mag-m} на мінімальному та решті зарядах визначається умовами польоту: дозвуковим режимом руху снаряда на мінімальному заряді (початкова швидкість польоту снаряда 308 м/с) та надзвуковим режимом руху на решті зарядах (початкова швидкість понад 465 м/с).

Подальшим напрямком досліджень є розроблення методики оцінювання потрібної точності визначення аеродинамічних коефіцієнтів C_{mag-f} та C_{mag-m} для забезпечення заданої точності стрільби артилерійськими системами.

Перелік джерел посилання

1. McCoy R. L. Modern Exterior Ballistics. Atglen, PA. : Schiffer Military History, 2012. 328 p.
2. Дмитриєвський А. А., Лисенко Л. Н. Зовнішня балістика. URL:<http://surl.li/twqqpm> (дата звернення: 08.01.2024).
3. Carlucci D. E., Jacobson S. S. Ballistics, theory and design of guns and ammunition : book. London, New York : Taylor & Francis Group, 2007. 514 p.
4. STANAG 4355 (Edition 3). The modified point mass and five degrees of freedom trajectory models: NSAI0454(2009)-JAIS/4355, dated 17 April 2009. 95 p. (NATO Standardization Agency).
5. Бурлов В. В., Лисенко Л. Н., Липанова А. М. Балістика ствольних систем. URL:<http://surl.li/ukiovx> (дата звернення: 08.01.2024).
6. Грабчак В. І., Бондаренко С. В. Оцінка точності визначення середньої похибки розрахунку опорної дальності артилерійських стрільб. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*. 2015. № 1 (22). С. 50 – 54. DOI:[https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-1\(22\)-50-54](https://doi.org/10.33099/2311-7249/2015-0-1(22)-50-54).
7. Грабчак В. І., Бондаренко С. В. Обґрунтування вимог до точності складання таблиць стрільби. *Системи озброєння і військова техніка*. 2014. Вип. 1 (37). С. 20 – 24.
8. Вплив сили та моменту сили Магнуса на дальність польоту снаряда. / Грабчак В. І., Василенко В. П., Осипенко С. М., Шаповал О. М. *Військово-технічний збірник*. Львів, 2020. Вип. 22 /2020. С. 7 – 13.
9. Kincaid D. Numerical analysis. Brooks : Cole Publishing Company. 1991. 690 p.
10. Дубовик В. П., Юрик І. І. Вища математика. Київ : А.С.К., 2006. 648 с.
11. Аладьев В. З., Бойко В. К., Ровба Е. А. Программирование и разработка приложений в Maple : монографія. Гродно : ГрГУ. Таллин : Межд. Акад. Ноосферы, Балт. Отд., 2007. 458 с.
12. Майданюк В. А., Бондаренко С. В., Грабчак В. І. Аналітичні функції нелінійних параметрів польоту снаряда. *Збірник наукових праць*. Одеса, 2023. Вип. 1 (19). С. 5 – 16. DOI:<https://doi.org/10.37129/2313-750.2023.19.5-16>.
13. Baranowski L. Modeling, Identification and Numerical Study of the Flight Dynamics of Ballistic Objects for the Need of Field Artillery Fire Control Systems. Military University of Technology, Warsaw, 2011. P. 258.

Стаття надійшла до редакції 31.01.2024 р.

UDC 623.546

V. Hrabchak, S. Bondarenko, R. Bubenshchikov

THE FORCE AND MOMENT OF THE MAGNUS FORCE INFLUENCE ON THE FIRE RANGE OF 155-MM PROJECTILE

An important component of the main vector of aerodynamic forces and moments of the projectile is the force and moment from the Magnus force, which significantly affect the dynamics of the projectile flight. At the same time, the influence of the Magnus force and moment on the flight of projectiles has been studied relatively little, in addition, the leading scientists of Ballistic Research Laboratories (USA) published quantitative indicators achieved during its calculations, which do not fully meet the requirements for the accuracy of their determination. It is shown that the Magnus force and moment depend on the density of the air, the angular velocity of rotation and the velocity of the projectile, the lateral surface and diameter of the

projectile, as well as the angle of its nutation. To evaluate the influence of the Magnus force and moment (their aerodynamic coefficients) on the range of the projectile, a difference method is used, which consists in solving the system of differential equations of spatial motion of a projectile so that changing the value of the aerodynamic coefficient results in a change in the value of the flight range. Numerical modeling of the dependence of the flight range of the 155-mm PF Assegai M2000 projectile and the 155-mm PF ERFB/BB projectile on the change in the magnitude of aerodynamic force and Magnus moment coefficients by 1 % was carried out. It is shown that the aerodynamic force coefficient of Magnus creates the largest errors in the range at the minimum charge, the deviation reaches – 0,005 %, the smallest at the maximum charge – 0,003 %. The largest error in the flight range of the projectile from the aerodynamic coefficient of the Magnus moment is observed at the minimum charge, the deviation reaches 0,6 % D; the effect on other charges leads to much smaller deviations, which are 1-3 orders of magnitude smaller compared to the minimum charge. The obtained results provide an opportunity to assess the required accuracy of determining the aerodynamic coefficients of the Magnus force and the moment of the Magnus force under different conditions of firing by artillery systems.

K e y w o r d s : artillery projectile, Magnus force, Magnus moment, aerodynamic coefficients, firing range, relative error, difference method.

Грабчак Володимир Іванович – доктор технічних наук, професор, заступник начальника Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного з наукової роботи.

<https://orcid.org/0000-0003-3569-0681>

Бондаренко Семен Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, докторант Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.

<https://orcid.org/0000-0002-9084-6362>

Бубенщиков Роман Володимирович – ад'юнкт Національної академії сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.

<https://orcid.org/0000-0001-6610-0360>