УДК 389: 001.18

О. О. Морозов

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СКЛАДНИХ ОРГАНІЗАЦІЙНО-ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ ЗА УМОВИ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ІНФОРМАЦІЇ

Розглядається задача багатокритеріальної оптимізації складних організаційно-технічних систем за умови нечіткої вихідної інформації та пропонується узагальнений алгоритм розв'язування задач такого класу.

К л ю ч о в і с л о в а: багатокритеріальна оптимізація, складна організаційно-технічна система, невизначеність інформації.

Постановка проблеми. Всебічне забезпечення внутрішніх військ, зокрема їх угруповань, які утворюють для виконання певних службово-бойових завдань, вимагає створення відповідних систем забезпечення (технічного, тилового тощо). Угруповання внутрішніх військ і їх системи забезпечення можна вважати складними організаційно-технічними системами (СОТС).

Створення таких СОТС пов'язане, як правило, з формулюванням та розв'язуванням задач багатокритеріальної оптимізації [1; 2]. При цьому внаслідок протиріч показників ефективності (ПЕ) СОТС та відсутності вичерпної інформації про бажаний вигляд системи задача не завжди може бути розв'язана традиційними методами. Узагальнення такої ситуації можливо виконати з використанням апарату теорії нечітких множин [3; 4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Представленню задачі багатокритеріальної оптимізації складних систем за умов невизначеності інформації присвячено багато робіт [5–7]. Але у більшості з них синтез СОТС здійснюється за скалярним ПЕ, а сама задача наводиться у формальному вигляді і, головне, не наводяться кінцеві алгоритми її розв'язування. Це значно ускладнює застосування цих алгоритмів для задач синтезу на практиці.

Мета статті – розроблення алгоритму розв'язування задачі багатокритеріальної оптимізації СОТС за умов невизначеності вихідної інформації.

Виклад основного матеріалу. Для визначеної множини цілей функціонування СОТС $\{z_i\}$ ступінь досягнення цілей оцінюється множиною ПЕ $\{K_{ij}\}$, $i=\overline{1,\omega}$, $j=\overline{1,\tau}$. Назвемо ціллю рангу n ціль, що досягається на множині систем, які містять n ієрархічних рівнів. Множина таких систем створює множину розв'язків $\{X_{ijm}\}$, $m=\overline{1,\rho}$. Назвемо ціль нечіткою, якщо кожній системі відповідає певний ступінь її належності множині розв'язків:

$$\mu_{\{X_{ijm}\}}\left(X_{ijm}\right)\in[0,1]. \quad (1)$$

Задача багатокритеріальної оптимізації полягає у синтезі СОТС, яка буде оптимальною за вибраними ПЕ, тобто з максимальним ступенем належності множині розв'язків, і які задовольняють деякому набору граничних значень ПЕ:

$$K_{ij}\le K_{ij}^{гр}.$$

Складність її розв'язування обумовлена тим, що у дійсності граничні значення показників ефективності визначити майже неможливо. Тобто граничні значення виявляються розмитими так само, як і оцінка ефективності системи, що синтезують. Ширина області розмитості визначається неповнотою (нечіткістю) вихідної інформації про цілі, про вид та властивості СОТС. У розв'язуванні задачі можна виділити декілька етапів.

Перший етап. Постановка задачі та формування граничних значень показників ефективності СОТС.

Граничні значення показників $K_{ij}^{гр}$ визначаються директивно (у вигляді жорстких кількісних оцінок) або формуються на підставі вихідної інформації про цілі та властивості системи.

Для формалізованого представлення вихідної інформації необхідно у відповідність кожному показнику j для цілі i поставити нечітку множину, яка характеризує вихідну інформацію про них з функціями належності $\mu_{ij}^{(k)}$, $k=\overline{1,\sigma}$ та індексом нечіткості:

$$\nu_{ij} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k(\mu_{ij}^{(k)},\ 1\text{-}\mu_{ij}^{(k)}), \tag{2}$$

де σ – кількість характеристики інформації, що виділяється; $\mu_{ij}^{(k)}$ – функції належності, які відповідають різним характеристикам інформації (наприклад, $\mu_{ij}^{(1)}$ характеризує ступінь формалізації вихідних даних, $\mu_{ij}^{(2)}$ – ступінь повноти, $\mu_{ij}^{(3)}$ – ступінь важливості та ін.).

Значення $\mu_{ij}^{(k)}$ можуть бути оцінені як відношення кількості факторів, що враховуються, до їх загальної кількості. Введемо також функції належності $\mu_{\bigcup ij}$ та $\mu_{\bigcap ij}$:

$$\mu_{\bigcup ij} = \frac{1}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma} m_{ijm}\cdot\mu_{ij}^{(k)},\ \ \mu_{\bigcap ij} = \bigcap_k m_{ijk}\cdot\mu_{ij}^{(k)}, \tag{3}$$

де m_{ijk} – ваговий коефіцієнт інформаційної характеристики k.

Значення $\mu_{\bigcup ij}$, $\mu_{\bigcap ij}$ можна ототожнювати з оцінкою важливості показників ефективності СОТС. Індекс нечіткості характеризує розмитість (визначеність) граничних значень показників. Так, при директивному визначенні граничних значень, тобто коли показники визначені у вигляді жорстких кількісних оцінок, всі $\mu_{ij}^{(k)}=1$, а $\nu_{ij}=0$. Взагалі ж їх оцінюють за інформацією на наступних рівнях аналізу. За значеннями $\mu_{\bigcup ij}$ розраховується індекс нечіткості задачі:

$$\nu_{\Sigma} = \frac{2}{n}\sum_{ij}\Lambda_i\Lambda_j(\mu_{\bigcup ij},\ 1\text{-}\mu_{\bigcup ij}), \tag{4}$$

який характеризує розмитість постановки задачі, де n – загальна кількість показників всіх цілей.

У процесі з'ясування задачі нечітка множина, що характеризує вихідну інформацію про показники j для цілі i, індукує нечітку множину, яка характеризує інформацію про властивості систем на 1-му рівні аналізу:

$$\left\{\mu_{ij}^{(k)}\right\} \to \left\{\mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\}. \tag{5}$$

За необхідності можна здійснювати аналіз систем на 2-му рівні – властивості підсистем СОТС:

$$\left\{\mu_{ij}^{(k)},\ \mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\} \to \left\{\mu_{ijm(2)}^{(k)}\right\}, \tag{6}$$

та на наступних рівнях, що відповідають властивостям елементів підсистем.

Нечіткі множини $\left\{\mu_{ijm(1)}^{(k)}\right\}$, $\left\{\mu_{ijm(2)}^{(k)}\right\}$, ... характеризують інформацію про властивості систем на відповідних рівнях аналізу. Аналогічно до вищенаведеного вводяться $\mu_{\bigcup ijm(1)}$, $\mu_{\bigcup ijm(2)}$, … та індекси нечіткості:

$$\nu_{ijm(1)} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k(\mu_{ijm(1)}^{(k)},\ 1\text{-}\mu_{ijm(1)}^{(k)}), \qquad \nu_{ijm(2)} = \frac{2}{\sigma}\sum_{k=1}^{\sigma}\Lambda_k(\mu_{ijm(2)}^{(k)},\ 1\text{-}\mu_{ijm(2)}^{(k)}), \dots, \tag{7}$$

які характеризують розмитість оцінок систем за показниками якості.

Другий етап. Ранжирування придатних варіантів систем за ПЕ.

Визначимо на множині придатних варіантів СОТС $\left\{X_m\right\}$ (індекси i, j опущені) для кожного $X_m \in \left\{X_m\right\}$ нечіткі підмножини $\tilde{X}_m = \left\{X_m,\ \lambda_{\tilde{x}_m}^{ij}(X_m)\right\}$, які характеризують систему певної ефективності за показником j для цілі i, де $\lambda^{ij}_{\tilde{x}_m}(x_m) \in L^{ij}_m$, а L^{ij}_m – деяка множина типу решітка. При цьому кожний з показників може набувати значення у множинах L^{ij}_m, що мають різну структуру (наприклад, L^{ij}_m може бути векторною решіткою) [8].

Нечіткість оцінок ефективності систем залежить від нечіткості граничних значень показників та інформації про властивості систем.

Можна запропонувати такий алгоритм ранжирування систем за умов, що рівень аналізу фіксований.

Структура кожного L^{ij}_m представляється у вигляді простого графа та визначаються рівні порядку.

Для кожної пари систем $X_r, X_\ell \in \{X_m\}$ визначається величина

$$\lambda^{ij}(X_r, X_\ell) = \frac{N^{ij}_r - N^{ij}_\ell}{N^{ij}_o} \equiv \delta^{ij}_r - \delta^{ij}_\ell, \tag{8}$$

де N^{ij}_r, N^{ij}_ℓ – рівні порядку оцінок для X_r та X_ℓ відповідно за показником j для цілі i; N^{ij}_o – кількість рівнів порядку у L^{ij}_m; δ^{ij}_r, δ^{ij}_ℓ – аналоги відстаней у L^{ij}_m.

З кожним λ^{ij} зв'язане відношення ε_o – переваги, що має вигляд:

$$R^{\varepsilon_o}_{ij} = \left\{ \left(X_r, X_\ell \right) / X_r, X_\ell \in \{X_m\};\ \lambda^{ij}\left(X_r, X_\ell \right) > \varepsilon_{oij} \right\}. \tag{9}$$

Функція належності нечіткого відношення переваги визначається у вигляді:

$$\mu_{ij}(X_r, X_\ell) = \begin{cases} 1; & (X_r, X_\ell) \in R^{\varepsilon_o}_{ij}, \\ 0,5; & \left| \lambda^{ij}(X_r, X_\ell) \right| \le \varepsilon_{oij}, \\ 0; & \lambda^{ij}(X_\ell, X_r) > \varepsilon_{oij}, \end{cases} \tag{10}$$

де ε_{oij} – область розмиття, у якій системи, що порівнюються, еквівалентні.

$$\varepsilon_{oij} \cong \max(\nu_{ijr(p)}, \nu_{ij\ell(p)}), \tag{11}$$

де p – фіксований рівень аналізу.

Використовуючи результати ранжирування систем та поняття індексу нечіткості задачі, можна здійснити перевірку існування розв'язку задачі.

Зв'яжемо з кожним X_r нечітку множину $\tilde{X}_r$ з функціями належності $\mu^{ij}_{\tilde{X}_r}(X_r) = \delta^{ij}(X_r)$ (для усієї сукупності цілей та ознак). У підсумку отримаємо набір нечітких підмножин $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \ldots, \tilde{X}_m$.

Для кожної пари $\tilde{X}_r$, $\tilde{X}_\ell$ підрахуємо відносні узагальнені відстані (наприклад, Евклідове, Хеммінга або інші) та на їх підставі побудуємо відношення неподібності на множині $\{X_m\}$. Розрахуємо мінімакс (min-sum) – транзитивне замикання, яке дає матрицю відповідних транзитивних відстаней $\delta(\tilde{X}_r, \tilde{X}_\ell)$ у просторі ознак. Отримане відношення дозволяє побудувати схему декомпозиції, використовуючи мінімакс (min-sum) – транзитивну відстань, та виділити транзитивно рівновіддалені класи (підмножини), що відповідають різним значенням δ: $\delta(\tilde{x}_r, \tilde{x}_\ell) = 0$; $\delta(\tilde{x}_r, \tilde{x}_\ell) = \delta_1$ і т. д.

Визначимо максимальне значення $\delta(\tilde{X}_r, \tilde{X}_\ell) = \delta_{\max}$, за якого системи $\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \ldots, \tilde{X}_m$, що аналізують, ще розрізняються. Для того, щоб задача мала розв'язок, необхідно та достатньо, щоб виконувалась нерівність $\delta_{\max} > \nu_{\sum}$, тобто міра несхожості систем у просторі ознак повинна бути більше індексу нечіткості задачі, який характеризує рівень інформації про неї.

Ця умова має наочний сенс: інформація про задачу (показники та властивості систем) повинна бути достатньою для розрізнення систем у просторі ознак.

Третій етап. Формування інтегральної оцінки ефективності системи.

Знайдемо функції належності для перерізу та об’єднання відношень $R_{ij}^{\varepsilon_o}$:

$$\mu_{\bigcap}(X_r, X_\ell) = \underset{i}{\Lambda} \underset{j(p)}{\Lambda} m_{ij} \cdot \mu_{ij}(X_r, X_\ell), \tag{12}$$

$$\mu_{\bigcup}(X_r, X_\ell) = \sum_{i,j(p)} m_{ij} \cdot \mu_{ij}(X_r, X_\ell), \tag{13}$$

де $j(p)$ – означає, що операція усереднення здійснюється за сукупністю факторів, виділених на p рівні аналізу; m_{ij} – враховує різницю у ступені важливості показників ефективності.

Ранжирування систем у отриманих множинах визначається функціями належності:

$$\mu_{\bigcap;\bigcup}(X_r) = 1 - \underset{X_\ell}{V}\left[\mu_{\bigcap;\bigcup}(X_\ell, X_r) - \mu_{\bigcap;\bigcup}(X_r, X_\ell)\right]. \tag{14}$$

Шукана підмножина ефективних систем за результатами ранжирування визначається значенням функції належності:

$$\mu(X_r^{e\phi}) = \underset{X_r}{V}\left[\mu_{\bigcap}(X_r)\Lambda\mu_{\bigcup}(X_r)\right]. \tag{15}$$

Величину $\mu(X_r^{e\phi})$ можна розглядати як інтегральний показник якості, визначений на множині $\{X_m\}$.

Можлива і інша процедура отримання ефективних рішень. У цьому випадку розраховується

$$\mu_{cp}(X_r, X_\ell) = \frac{\mu_{\bigcap}(X_r, X_\ell) + \mu_{\bigcup}(X_r, X_\ell)}{2}, \tag{16}$$

а потім

$$\mu(X_r^{e\phi}) = 1 - \underset{X_\ell}{V}\left[\mu_{cp}(X_\ell, X_r) - \mu_{cp}(X_r, X_\ell)\right]. \tag{17}$$

Урахуємо додаткові порогові умови, для чого визначимо відношення ε_o' – переваги:

$$R_{ij}^{\varepsilon_o'} = \left\{(X_r, X_o) / X_r,\, X_o \in \{x_m\};\, \lambda^{ij}(X_r, X_o) > \varepsilon_{oij}'\right\} \tag{18}$$

з функцією належності:

$$\mu_{ij}(X_r, X_o) \equiv \mu_{ij}^{o}(X_r) = \begin{cases} 1; & (X_r, X_o) \in R_{ij}^{\varepsilon_o'}, \\ 0,5; & \left|\lambda^{ij}(X_r, X_o)\right| \le \varepsilon_{oij}', \\ 0; & \lambda^{ij}(X_o, X_r) > \varepsilon_{oij}', \end{cases} \tag{19}$$

де X_o – гранична система, що характеризується граничним значенням показників K_{ijo} (на певному рівні аналізу).

Тут, як і вище, суттєвим є існування області розмиття, в якій системи, що порівнюються, не розрізняються за даним показником. Ширина області розмиття $\varepsilon_{oij}' \cong \max(\nu_{ij}, \nu_{ijr(p)})$.

Шукана множина оптимальних систем у цьому випадку визначається функцією належності:

$$\mu^{e\phi}(X_r) = \underset{X_r}{V}\left\{\left[\underset{i}{\Lambda} \underset{j(p)}{\Lambda} \mu_{ij}^{o}(X_r)\right]\Lambda\left[\mu_{\bigcap}(X_r)\mu_{\bigcup}(X_r)\right]\right\}. \tag{20}$$

Розглянемо деякі особливості запропонованого алгоритму оптимізації.

1. Якщо інформація про граничні значення точна, тобто $\varepsilon'_{\text{o}ij} = 0$, то алгоритм оптимізації спрощується:

$$\mu^{еф}(X_r) = \underset{X_r}{V} \underset{i}{\Lambda} \underset{j}{\Lambda} \mu^{\text{o}}_{ij}(X_r). \tag{21}$$

Подібний випадок має місце, якщо $\varepsilon_{\text{o}ij} << \left|\lambda^{ij}(X_r, X_\ell)\right|$.

2. Якщо $\varepsilon'_{\text{o}ij} \cong \max\left|\lambda^{ij}(X_r, X_\ell)\right|$, то чутливість рішення мала і алгоритм оптимізації малоефективний.

Висновок

Розроблено алгоритм багатокритеріальної оптимізації СОТС за умов невизначеності вихідної інформації про бажаний вигляд системи, який дозволяє отримувати ефективні рішення.

Список використаних джерел

1. Многокритериальная оптимизация: математические аспекты [Текст] / Б. А. Березовский и др. – М. : Наука, 1989. – 128 с.
2. Дубов, Ю. А. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов системы [Текст] / Ю. А. Дубов, С. И. Травкин, В. М. Якимец. – М. : Наука, 1986. – 221 с.
3. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств [Текст] / А. Кофман. – Пер. с франц. – М. : Радио и связь, 1982. – 423 с.
4. Орловский, С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации [Текст] / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981. – 203 с.
5. Зайченко, Ю. П. Исследование операций: нечеткая оптимизация [Текст] / Ю. П. Зайченко. – К. : Вища шк., 1991. – 191 с.
6. Кононенко, А. Ф. Принятие решений в условиях неопределенности [Текст] / А. Ф. Кононенко, А. Д. Халезов, В. В. Чумаков. – М. : ВЦ АН ССР, 1991. – 126 с.
7. Дилигенский, Н. В. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности: технология, экономика, экология [Текст] / Н. В. Дилигенский, Л. Г. Дымова, П. В. Севастьянов. – М. : Машиностроение-1, 2004. – 220 с.
8. Гретцер, Г. Общая теория решеток [Текст] / Г. Гретцер; под ред. Д. М. Смирнова. – Пер. с англ. – М. : Мир, 1981. – 456 с.

Стаття надійшла до редакції 22.04.2013 р.