УДК 519

О. О. Морозов, Л. В. Морозова

СИНТЕЗ СИСТЕМ ОРГАНІЗАЦІЙНОГО КЕРУВАННЯ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ГРАФА ЦІЛЕЙ

Наведено метод розв'язування задачі синтезу систем організаційного керування, який базується на побудові й аналізі графа цілей системи та описуванні її понятійним апаратом теорії нечітких множин.

Ключові слова: системи організаційного керування, аналіз графа цілей, теорія нечітких множин.

Постановка проблеми Одним з найважливіших понять організаційного керування є поняття мети [1]. Для забезпечення високої ефективності функціонування система організаційного керування (СОК) завжди повинна будь-якою мірою відповідати меті, яку необхідно досягти. У традиційних СОК це забезпечується вибором мети, що відповідає системі. Останнім часом у зв'язку із прискоренням темпу науково-технічного прогресу параметри цілей змінюються швидко і у широких межах, отже, найчастіше жодна із вже існуючих систем не забезпечує необхідної відповідності. Наслідком цього є необхідність створення цільових систем (орієнтованих на мету) [2] і, відповідно, розроблення наукових методів аналізу і синтезу таких систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблеми організаційного керування, аналізу та синтезу СОК розглянуто в багатьох наукових працях, наприклад, у [3–6]. Результати досліджень показують, що роботи із синтезу таких систем необхідно вести, щонайменше, у двох напрямках: шляхом синтезу структур, які оптимальним чином відповідають заданій меті, або шляхом створення систем, мало чутливих до суттєвих змін параметрів мети. У переважній більшості праць синтез СОК здійснюється для визначеної головної мети її функціонування. Крім того, такі задачі розв'язують за умов повної визначеності вихідних даних для синтезу системи. Проте для практики більш цікавим є синтез систем для змінних цілей функціонування та за певної невизначеності вихідної інформації.

Метою статті є розроблення методу синтезу СОК для змінних цілей функціонування та невизначеності вихідних даних.

Виклад основного матеріалу. Основними поняттями, які використовуватимемо надалі, є "мета", "система" і "процес досягнення мети". Необхідно формально описувати та оцінювати кожне із цих понять. Для цього доцільно ввести деякі характеристики, за допомогою яких можна визначати мету, системи та процеси досягнення мети будь-якої природи.

Зручним способом описування генеральної мети, що стоїть перед системою, є подання її у вигляді ієрархічного дерева цілей [7; 8] або в більш загальному випадку – у вигляді графа цілей. Однак такий опис уявляється недостатньо повним.

Введемо додатково ще деякі поняття, а саме – "потреби", "завдання" і "роботи". Вони за змістом зв'язані між собою таким чином: 1) метою системи є задоволення потреб систем, з нею зв'язаних, або її власних внутрішніх потреб; 2) системі для досягнення мети необхідно виконати завдання; 3) для виконання завдання системі потрібно виконати відповідну роботу. Таким чином, результат виконання завдання являє собою досягнуту мету.

Для правильної постановки задачі синтезу СОК необхідно чітко розуміти, що мета, яка стоїть перед системою, може існувати поза неї як потреба деяких інших систем, з нею зв'язаних. Роботу виконує система, отже, їй властиві риси, обумовлені, з одного боку, завданням, а з іншого – системою, тобто робота є тим, що зв'язує систему з метою.

Процес виконання завдання системою є роботою і може розглядатися як процес взаємодії, взаємного споживання ресурсів системи. Будь-яка робота потребує використання різноманітних ресурсів. Множина ресурсів, необхідних для виконання даної роботи, складає комплексний ресурс розв'язуваної задачі [1].

Складники комплексного ресурсу можуть бути будь-якими: інформаційними, енергетичними, трудовими та матеріальними.

Виконання роботи, тобто виконання завдання, здійснюється за допомогою різних наборів компонент комплексного ресурсу. Шляхи виконання завдання (алгоритми виконання роботи) теж можуть бути різними.

Ресурси, необхідні для виконання завдання, спосіб або алгоритм його виконання (алгоритм споживання ресурсів), а також вимоги, що висуваються до результату, є внутрішніми властивостями завдання, незалежними від системи, що його виконує. У процесі виконання завдання конкретною системою реалізується цілком певний алгоритм і використовується конкретний комплексний ресурс із множини допустимих комплексних ресурсів даного завдання. Результат виконання завдання представляє собою компоненту комплексного ресурсу деякого іншого завдання і задовольняє тим самим деяку потребу цього завдання.

Замість звичайного дерева цілей [4] розглядатимемо граф G цілей, завдань і робіт (граф ЦЗР). Розглянемо, наприклад, граф, зображений на рис. 1.

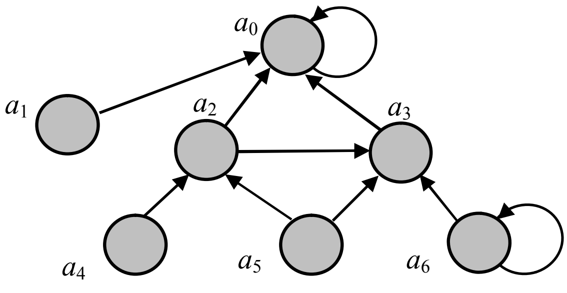

Рис. 1

Характеристики завдань будуть визначені на вершинах графа G. У зв'язку з тим, що для виконання завдання необхідно виконати деяку роботу, природно задавати характеристики цієї роботи також на вершині, що відповідає завданню.

Стрілка, яка виходить із даної вершини, зображатиме результат виконання деякого завдання (відповідного даній вершині), тобто деяку часткову мету. Кожна стрілка, що виходить із однієї вершини, характеризує той самий результат, ту саму мету, але числові характеристики кожної зі стрілок (будуть введені нижче) можуть бути різними. Використання результату виконання деякого завдання для виконання будь-якого іншого завдання як компоненти комплексного ресурсу зображується на графі дугою, що йде від однієї вершини до іншої. Особливо слід зазначити петлю на вершинах графа G. Вона зображує результат виконання завдання, що відповідає даній вершині, яка використовується як компонент її власного комплексного ресурсу.

Таким чином, основним елементом графа є вершина, що відображає деяке завдання з необхідною для його виконання роботою, із вхідними стрілками (входами), що є компонентами комплексного ресурсу, і вихідними стрілками (виходами), що зображують отриманий результат, тобто досягнуту мету (рис. 2).

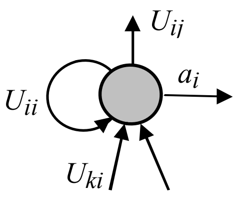

Рис. 2

Граф $G=(X,\ U)$ є множиною вершин X і множиною дуг U, що з'єднують ці вершини [9].

Вершини, що входять у X, позначатимемо надалі буквою a з нижнім індексом, який характеризує номер цієї вершини в кінцевій множині X, наприклад $a_i \in X$. Дуги графа G будемо позначати буквою u із двома нижніми індексами. Перший з них – номер вершини, з якої дана дуга виходить, а другий – номер вершини, у яку дуга входить, наприклад $u_{ij} \in U$. Множину всіх дуг, що входять у вершину a_i, позначимо $U_i^+ = \{u_{ki}\}$, $k=\overline{1,\ \ell}$, а множину всіх дуг, що виходять із a_i, позначимо $U_i^- = \{u_{ij}\}$, $j=\overline{1,\ m}$. Алгоритм виконання завдання, що відповідає вершині a_i, будемо називати оператором завдання a_i та позначати F_i. Цей оператор здійснює перетворення множини U_i^+ у множину U_i^-, тобто $U_i^+ \xrightarrow{F_i} U_i^-$.

За умов нечіткості інформації про синтезовану систему доцільно оперувати поняттями теорії нечітких множин і алгоритмів [10]. За визначенням нечіткою множиною називається деяка множина елементів $x \in B$ із заданою на ній функцією належності $\mu_B(x)$, де $0 \le \mu_B(x) \le 1$. Значення функції належності $\mu_B(x)$ на елементі x характеризує ступінь належності елемента нечіткій множині.

Очевидно, що в процесі виконання завдання припустимі ті або інші варіанти компонент комплексного ресурсу системи, що виконує завдання. Тому кожна компонента може бути представлена як нечітка множина із заданою функцією належності.

Нечітку множину компоненти комплексного ресурсу завдання a_i, що представляє собою результат виконання завдання a_k, будемо позначати $\tilde{u}_{ki}$. Елемент цієї множини позначатимемо u_{ki}, а функцію належності – через $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$. Через ε_{ki} позначимо поріг належності для елементів нечіткої множини $\tilde{u}_{ki}$. Функція належності $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$ фактично характеризує якість відповідної компоненти комплексного ресурсу, а $\varepsilon_{ki} \in [0,\ 1]$ визначає вимоги, що висуває до якості компоненти завдання a_i. Будемо вважати, що якість відповідної компоненти задовольняє вимоги завдання, якщо виконується нерівність $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \geq \varepsilon_{ki}$. Таким чином,

$$\tilde{U}_{ki} = \left\{u_{ki} \,/\, \mu_{ki}\left(u_{ki}\right),\ \varepsilon_{ki}\right\}. \tag{1}$$

Сукупність нечітких множин кожної компоненти комплексного ресурсу завдання a_i складає нечітку множину комплексного ресурсу даного завдання. Позначимо його через $\tilde{U}_i^+ = \left\{\tilde{u}_{ki}\right\}$, $k = \overline{1,\ \ell}$.

Результат виконання завдання a_i, що використовується для виконання завдання a_j (як компонента комплексного ресурсу), також є нечіткою множиною $\tilde{u}_{ij}$ з функцією належності $\mu_{ij}\left(u_{ij}\right)$, обумовленою потребами завдання a_j. Останні задають також поріг належності $\varepsilon_{ij} \in [0,\ 1]$, що визначає вимоги до якості результату виконання завдання a_i у вигляді нерівності $\mu_{ij}\left(u_{ij}\right) \geq \varepsilon_{ij}$.Таким чином,

$$\tilde{u}_{ij} = \left\{u_{ij} \,/\, \mu_{ij}\left(u_{ij}\right),\ \varepsilon_{\text{ij}}\right\}. \tag{2}$$

Сукупність цих нечітких множин є результатом виконання завдання a_i і являє собою нечітку множину $\tilde{U}_i^- = \left\{\tilde{u}_{ij}\right\}$, $j = \overline{1,\ m}$.

Процес виконання завдання полягає у перетворенні нечіткої множини $\tilde{U}_i^+$ у $\tilde{U}_i^-$. Таке перетворення здійснюється за допомогою нечіткого алгоритму $\tilde{F}_i$ [7], тобто

$$\tilde{U}_i^+ \xrightarrow{\tilde{F}_i} \tilde{U}_i^-. \tag{3}$$

Використовуючи введені поняття, визначимо завдання a_i таким чином:

$$a_i = \left\{\tilde{U}_i^+,\ \tilde{F}_{\text{i}},\ \tilde{U}_i^-\right\}. \tag{4}$$

Всяке завдання виконує конкретна система. При цьому реалізується конкретний алгоритм і споживаються певні ресурси. Компоненти комплексного ресурсу системи – це елементи нечітких множин компонент комплексного ресурсу завдання. Функції належності на них набувають певних числових значень, які є оцінками якості комплексного ресурсу системи. Так само результат виконання системою завдання a_i є елементом множини $\tilde{U}_i^-$, який одержує конкретні числові оцінки якості щодо завдань, у яких він надалі використовується.

Слід відзначити, що вимоги до якості компонент комплексного ресурсу завдання a_i визначають вимоги до якості результату і оператор завдання. Нехай вимоги, що висуває завдання a_j до результату виконання завдання a_i, виражаються граничним значенням ε_{ij}. Тоді це граничне значення для заданого оператора індукує вимоги до якості деякої компоненти комплексного ресурсу, виражені граничним значенням ε_{ki}^j.

Випадок А. Якщо якість компонент комплексного ресурсу системи, що виконує завдання a_i, не нижче граничних значень [$\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \geq \varepsilon_{ki}^j$, $k = \overline{1,\ \ell}$, $j = \overline{1,\ m}$], то при виконанні даного завдання отримаємо результат, який задовольняє вимоги $\mu_{ij}\left(u_{ij}\right) \geq \varepsilon_{ij}$, $j = \overline{1,\ m}$. Очевидно, що чим вище якість компонент комплексного ресурсу системи, тим легше задовольнити вимоги до результату.

Якщо ж якість хоча б однієї компоненти комплексного ресурсу системи нижче відповідного граничного значення, то задовольнити вимоги неможливо, і завдання не можна виконати. Введемо характеристику, яку назвемо трудністю завдання для системи, яка його виконує.

Називатимемо міру трудності одержання деякою системою результату завдання a_i, використовуваного у виконанні завдання a_j за певної якості компоненти комплексного ресурсу u_{ki} системи, парціальною трудністю. Позначимо цю величину через d_{kij}.

Очевидно, що парціальна трудність повинна мати такі властивості:

1) за граничного значення якості компоненти u_{ki} комплексного ресурсу, тобто при $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)=\varepsilon_{ki}^{j}$, величина d_{kij} має бути максимальна;

2) за умови $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)=1$ парціальна трудність одержання результату, що задовольняє вимоги, повинна бути мінімальною.

Для зручності вважатимемо, що значення парціальної трудності змінюються в діапазоні від 0 до 1. При цьому максимальну одиничну парціальну трудність будемо називати критичною.

Вираз, що визначає значення парціальної трудності і задовольняє зазначені вище властивості, може мати, наприклад, такий вигляд:

$$d_{kij}=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon_{ki}^{j}}{\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}\cdot\dfrac{1-\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}{1-\varepsilon_{ki}^{j}} & \text{за умови } 0<\varepsilon_{ki}^{j}\le\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)\le 1,\\ 0 \ \text{ за умови } \varepsilon_{ki}^{j}=\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)=0. & \end{cases} \tag{5}$$

Існує аналогія між поняттям парціальної трудності d_{kij} та ймовірністю одержання необхідного результату за певної якості $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$ компоненти комплексного ресурсу системи. За аналогією з імовірністю суми декількох незалежних подій можна обчислити труднощі за виходом:

$$d_{ki}=\sum_{j}d_{kij}-\sum_{j_1,j_2}d_{kij_1}d_{kij_2}+\ldots+\left(-1\right)^{m-1}d_{ki1}d_{ki2}\ldots\ d_{kim}. \tag{6}$$

Трудність за виходом має сенс загальної трудності одержання результату завдання a_i, яке б задовольняло вимоги до нього всіх завдань a_j, $j=\overline{1,\ m}$, залежно від якості k-ї компоненти комплексного ресурсу системи.

Може бути визначена також величина трудності за входом:

$$d'_{ij}=\sum_{k}d_{kij}-\sum_{k_1,\,k_2}d_{k_1ij}d_{k_2ij}+\ldots+\left(-1\right)^{\ell-1}d_{1ij}d_{2ij}\ldots d_{\ell ij}. \tag{7}$$

Трудність за входом має сенс загальної трудності одержання результату, що задовольняє вимоги завдання a_j, залежно від якості всіх $k=\overline{1,\ \ell}$ компонент комплексного ресурсу системи, яка виконує завдання a_i.

Нарешті, загальна трудність завдання a_i для системи, що його виконує, може бути представлена у вигляді:

$$\begin{aligned}D_i&=\sum_{k}d_{ki}-\sum_{k_1,\,k_2}d_{k_1i}d_{k_2i}+\ldots+\left(-1\right)^{\ell-1}d_{1i}d_{2i}\ldots\ d_{\ell i}=\\&=\sum_{j}d'_{ij}-\sum_{j_1,j_2}d'_{ij_1}d'_{ij_2}+\ldots+\left(-1\right)^{m-1}d'_{i1}d'_{i2}\ldots\ d'_{im}.\end{aligned} \tag{8}$$

На підставі отриманих у такий спосіб оцінок D_i можна порівняти завдання за труднощами їхнього виконання для системи. Ще раз зауважимо, що подібні оцінки слушні, якщо $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)\ge\varepsilon_{ki}^{j}$.

Випадок Б. У процесі аналізу графа ЦЗР можливі випадки, коли та або інша компонента комплексного ресурсу системи має оцінку якості нижче граничної. У цьому випадку одержати результат, що задовольняє вимоги, неможливо. Тобто оцінки якості результатів можуть бути лише нижче відповідних граничних значень. Однак і у такому разі необхідно мати можливість порівнювати між собою різні завдання. Для цього введемо величину c_{kij}, що характеризує ступінь погіршення якості $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$ компоненти комплексного ресурсу системи, порівняно з необхідною якістю, обумовленою величиною ε_{ki}^{j}.

Таку величину назвемо парціальною неякісністю. Вона, очевидно, має сенс лише для випадку $0 \le \mu_{ki}\left(u_{ki}\right) < \varepsilon_{ki}^{j}$.

За своїм змістом ця характеристика повинна бути максимальною для $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) = 0$, тобто для найгіршої із всіх можливих якостей компоненти комплексного ресурсу, і мінімальною для $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \to \varepsilon_{ki}^{j}$. Так само, як і для вище розглянутого випадку, зручно визначити діапазон зміни значень парціальної неякісності від 0 до 1.

Один з можливих виразів для парціальної неякісності, що відповідає сформульованим умовам, має вигляд:

$$c_{kij} = \begin{cases} \dfrac{\varepsilon_{ki}^{j} - \mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}{\varepsilon_{ki}^{j}} & \text{за умови } 0 \le \mu_{ki}\left(u_{ki}\right) > \varepsilon_{ki}^{j}, \\ 0 \ \text{ за умови } \varepsilon_{ki}^{j} \le \mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \le 1. \end{cases} \tag{9}$$

Аналогічно до випадку *А* величині $1 - c_{kij}$ можна дати ймовірнісне трактування. Вона має сенс імовірності одержання результату u_{ij}, якість якого $\mu_{ij}\left(u_{ij}\right)$ знаходиться у межах $\left[0,\ \varepsilon_{ij}\right]$ за умови, що якість компоненти комплексного ресурсу знаходиться у межах $0 \le \mu_{ki}\left(u_{ki}\right) > \varepsilon_{ki}^{j}$. Природно, коли $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) = 0$, ця ймовірність також дорівнює нулю, а для $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \to \varepsilon_{ki}^{j}$ вона прагне до одиниці. Аналогічно до відповідних величин показника трудності можна одержати значення неякісності за виходом c_{ki}, неякісності за входом c'_{ij} і загальної неякісності c_i комплексного ресурсу системи, що виконує завдання a_i.

Введені характеристики трудності і неякісності дозволяють одержати числові оцінки, що зв'язують завдання з системами, які їх виконують.

Якщо розглядати ці характеристики як функції від $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$, тобто від якості компонент комплексного ресурсу, то їх можна трактувати як характеристики самого завдання, що показують вплив якості компонент комплексного ресурсу на якість одержуваного результату.

У процесі досягнення генеральної мети варто приділяти найбільшу увагу тим завданням, які, насамперед, можуть перешкодити досягненню цієї мети, тобто найбільш складним для виконання. У зв'язку із цим природно ввести характеристику важливості завдань. Інакше кажучи, чим більше відсутність результату одного завдання збільшує труднощі виконання іншого завдання, з ним пов'язаного, тим важливішим є виконання першого завдання для другого.

1. Розглянемо ситуацію, коли якість компонент комплексного ресурсу системи, що виконує завдання a_i, дозволяє одержати результат, коли $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right) \ge \varepsilon_{ki}^{j}$, $k = \overline{1,\ \ell}$, $j = \overline{1,\ m}$, і поняття трудності має сенс. Введемо спочатку поняття парціальної важливості I_{kij} результату u_{ki} завдання a_k для одержання u_{ij} результату завдання a_i, використовуваного у завданні a_j.

За своїм змістом парціальна важливість I_{kij} має прагнути до нескінченності у випадку прагнення парціальних труднощів d_{kij} до критичного значення, тобто до одиниці. І навпаки, у разі прагнення d_{kij} до нуля величина парціальної важливості I_{kij} теж повинна прагнути до нуля.

Такі вимоги задовольняє вираз для парціальної важливості:

$$I_{kij} = \log \frac{1}{1 - d_{kij}}. \tag{10}$$

Наведена форма запису відображає інформаційний аспект важливості як величини інформації про відносні труднощі досягнення результату u_{ij} за заданих вимог до нього і дану якість компонент комплексного ресурсу.

Аналогічно до виразів для різних видів труднощів можна одержати вирази для різних видів важливостей, що враховують співвідношення між якістю компонент комплексного ресурсу та вимогами до результату:

$$I_{ki} = \log\frac{1}{1-d_{ki}}, \quad k=\overline{1,\ell}, \qquad I'_{ij} = \log\frac{1}{1-d'_{ij}}, \quad j=\overline{1,m}. \tag{11}$$

Варто виділити таку характеристику, як загальна важливість завдання a_i. Її можна записати у вигляді:

$$I_i = \log\frac{1}{1-D_i}. \tag{12}$$

Отримані за цими виразами значення важливостей можуть бути використані для визначення пріоритетів у керуванні процесом досягнення мети системою.

2. Аналогічно до характеристики важливості у області, в якій якість компонентів комплексного ресурсу задовольняє вимоги, можна ввести таку характеристику, як вага неякісності для області, у якій хоча б для однієї компоненти комплексного ресурсу системи, що виконує завдання a_i, виконується нерівність $0 \le \mu_{ki}\left(u_{ki}\right) < \varepsilon_{ki}^{j}$. З використанням цих характеристик можна визначати пріоритети ліквідації неякісності компонент комплексного ресурсу системи. Для різних ваг неякісності, позначуваних I_{kij}, I_{ki}, I'_{ij}, I_i, можна одержати вирази, аналогічні до (10–12).

У досягненні деякої мети природним є прагнення зменшити труднощі одержання результату. Таке зменшення може бути досягнуто за рахунок поліпшення якості компонент комплексного ресурсу системи, що виконує завдання, або за рахунок зниження вимог до якості результату виконання завдання. При цьому швидкість зміни парціальних труднощів для різних компонент може бути різна.

Швидкості зміни парціальних труднощів, залежно від величин $\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)$ і ε_{ki}^{j}, є важливими характеристиками завдання. Будемо називати їх відповідно парціальною чутливістю трудності завдання за якістю і за вимогами. Позначимо парціальну чутливість трудності завдання за якістю b_{kij}, а парціальну чутливість за вимогами g_{kij}.

Тоді:

$$b_{kij} = \frac{\partial\left(d_{kij}\right)}{\partial\mu_{ki}} = -\frac{\varepsilon_{ki}^{j}}{1-\varepsilon_{ki}^{j}}\cdot\frac{1}{\left[\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)\right]^2} < 0; \tag{13}$$

$$g_{kij} = \frac{\partial\left(d_{kij}\right)}{\partial\varepsilon_{ki}^{j}} = \frac{1-\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}{\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}\cdot\frac{1}{\left(1-\varepsilon_{ki}^{j}\right)} > 0. \tag{14}$$

Введемо, крім того, загальну парціальну чутливість трудності завдання, яку позначатимемо δ_{kij}. Вона є повним диференціалом парціальної трудності:

$$\delta_{kij} = d\left(d_{kij}\right) = b_{kij}\Delta\mu_{kij} + g_{kij}\Delta\varepsilon_{ki}^{j}, \tag{15}$$

де $\Delta\mu_{kij}$ і $\Delta\varepsilon_{ki}^{j}$ – відповідно збільшення якості та порога вимог.

Для різних видів труднощів (5–8) можна визначити відповідні чутливості. Аналогічно можна ввести поняття чутливості важливості завдання, а також чутливості неякісності та ваги неякісності. Всі ці характеристики показують, якою ціною можуть бути отримані ті або інші зміни відповідних величин. Вони також відіграють важливу роль у керуванні процесом досягнення мети системою.

Як вже відзначалось вище, виконання будь-якого завдання є результатом роботи, що представляє собою процес взаємного споживання ресурсів.

Найважливіші характеристики роботи – її обсяг A і швидкість виконання $\Delta\upsilon$ одиницею комплексного ресурсу системи, яка виконує завдання [11].

Будемо вимірювати обсяг роботи A_i з виконання завдання a_i деякою системою, що має N_i одиниць комплексного ресурсу і працює до одержання результату протягом часу t_i, за формулою:

$$A_i = N_i t_i \left[U_i^+\right], \tag{16}$$

де $\left[U_i^+\right]$ – розмірність одиниці комплексного ресурсу системи, яка виконує завдання a_i.

Швидкість виконання роботи $\Delta\upsilon_i$ одиницею комплексного ресурсу системи визначається алгоритмом виконання завдання і якістю компонент комплексного ресурсу системи. Вона може змінюватися в межах від $\Delta\upsilon_{i\,\min}$ до $\Delta\upsilon_{i\,\max}$:

$$\Delta\upsilon_i = f_i\left(F_i,\ \left\{u_{ki} / \mu_{ki}\left(u_{ki}\right)\right\}\right), \tag{17}$$

де F_i – реалізація нечіткого алгоритму $\tilde{F}_i$ у процесі виконання завдання a_i даною системою; f_i – функціонал, який визначається для кожного i окремо.

Усі зазначені вище характеристики дозволяють визначити параметри основного елемента графа. Має сенс і визначення аналогічних параметрів для всього графа ЦЗР і його окремих частин (підграфів, шляхів і т. ін.).

Розглянемо деякий шлях у графі G (рис. 3).

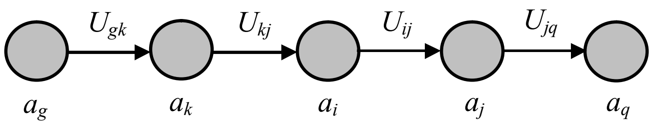

Рис. 3

Для всіх дуг u цього шляху граничні значення ε функцій належності $\mu(u)$ одержують таким чином: нехай вимоги ε_{jq} до результату u_{jq} завдання a_j задані, тоді ε_{jq} визначає вимоги ε_{ij}^q до результату u_{ij} завдання a_i, а отримане ε_{ij}^q своєю чергою висуває вимоги ε_{ki}^{qj} до результату виконання завдання a_k і т. д. Символічно це можна записати так:

$$\varepsilon_{jq} \xrightarrow{F_j^{-1}} \varepsilon_{ij}^q \xrightarrow{F_i^{-1}} \varepsilon_{ki}^{qj} \xrightarrow{F_k^{-1}} \varepsilon_{gk}^{qji}. \tag{18}$$

Отримані граничні значення дають можливість визначити парціальні труднощі виконання завдань на цьому шляху:

$$\begin{aligned} d_{ijq} &= \frac{\varepsilon_{ij}^q}{\mu_{ij}\left(u_{ij}\right)} \cdot \frac{1-\mu_{ij}\left(u_{ij}\right)}{1-\varepsilon_{ij}^q}, \\ d_{kij}^q &= \frac{\varepsilon_{ki}^{qj}}{\mu_{kj}\left(u_{kj}\right)} \cdot \frac{1-\mu_{ki}\left(u_{ki}\right)}{1-\varepsilon_{ki}^{qj}}, \\ d_{gki}^{qj} &= \frac{\varepsilon^{qji}}{\mu_{gk}\left(u_{gk}\right)} \cdot \frac{1-\mu_{gk}\left(u_{gk}\right)}{1-\varepsilon_{gk}^{qji}}. \end{aligned} \tag{19}$$

У цих формулах d_{kij}^q і d_{gki}^{qj} позначають труднощі одержання результату, обумовлені вимогами, що висуває до нього не тільки завдання, де цей результат використовується безпосередньо, а і наступними на цьому шляху завданнями.

Уведемо характеристику, яку назвемо загальною трудністю шляху $\lambda = \left[g,\ k,\ i,\ j,\ q\right]$ (шлях λ визначається послідовністю проходження вершин). Позначимо її d_λ. У цьому випадку:

$$d_\lambda = d_{ijq} + d_{kij}^{q} + d_{gki}^{qj} - d_{ijq} d_{kij}^{q} - d_{ijq} d_{gki}^{qj} - d_{kij}^{q} d_{gki}^{qj} + d_{ijq} d_{kij}^{q} d_{gki}^{qj} . \quad (20)$$

Величина d_λ фактично є трудністю одержання результату u_{jq} по шляху λ.

Парціальні важливості позначатимемо відповідно I_{ijq}, I_{kij}^{q} і I_{gki}^{qj}. Можна обчислити загальну важливість шляху λ за отриманими труднощами d_λ:

$$I_\lambda = \log \frac{1}{1 - d_\lambda} . \quad (21)$$

Легко перевірити, що загальна важливість шляху I_λ дорівнює сумі парціальних важливостей, обчислених уздовж цього шляху, тобто:

$$I_\lambda = I_{ijq} + I_{kij}^{q} + I_{gki}^{qj} . \quad (22)$$

Загальна важливість шляху I_λ має сенс важливості компоненти u_{gk} для одержання результату u_{jq} по шляху λ.

Другий важливий випадок розглянемо на прикладі графа, представленого на рис. 4.

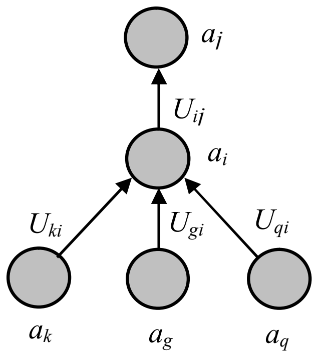

Рис. 4

Вимоги ε_{ij} до результату u_{ij} індукують вимоги до якості компонент комплексного ресурсу завдання a_i, тобто до якості результатів виконання завдань a_k, a_g та a_q.

Символічно це може бути представлене так:

$$\varepsilon_{ij} \;--\left|\begin{array}{l} \xrightarrow{F_i^{-1}} \varepsilon_{ki}^{j} \\ \xrightarrow{F_i^{-1}} \varepsilon_{gi}^{j} \\ \xrightarrow{F_i^{-1}} \varepsilon_{qi}^{j} \end{array}\right. . \quad (23)$$

Трудність одержання результату u_{ij} за певної якості компонент комплексного ресурсу завдання a_i у цьому випадку дорівнює труднощі d'_{ij}, яка представлена виразом (7), а відповідне значення важливості дорівнює I'_{ij} (11). Отже, можна одержувати оцінки загальної трудності для будь-якого підграфа графа G і для самого графа G. Аналогічні значення можуть бути отримані для загальної неякісності і ваги неякісності для довільних підграфів графа G.

Ці оцінки можуть бути використані у будь-яких завданнях керування процесом досягнення мети.

Граф ЦЗР за своєю природою – ієрархічний граф. Рівні ієрархії у графі будемо виділяти таким чином. На першому етапі будуємо граф безпосередніх зв’язків цілей, завдань і робіт. Далі беремо будь-яку вершину n-го рівня і вершини графа відносимо до наступного більш низького $(n+1)$-го рівня в тому випадку, коли результати виконання завдань, що відповідають цим вершинам, безпосередньо необхідні як складові комплексного ресурсу завдання, що відповідає обраній вершині n-го рівня.

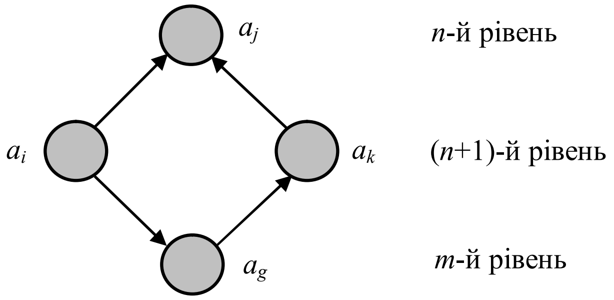

Рис. 5

У тому випадку, коли результати виконання деякого завдання використовують як складові комплексного ресурсу в завданнях m-го і n-го рівнів, причому $m > n + 1$, вважатимемо вершину, що відповідає цьому завданню, розташованою на більш високому $(n+1)$-му рівні ієрархії (рис. 5).

Завдання, результат виконання якого є генеральною метою, поміщується на перший рівень ієрархії.

Після послідовного виконання зазначеної процедури граф ЦЗР можна представити у вигляді ієрархічного графа.

Висновок

Запропонований метод синтезу систем організаційного управління на основі аналізу графа цілей, який дозволяє розв'язувати задачі синтезу з урахуванням змін параметрів мети та невизначеності вихідної інформації.

Список використаних джерел

1. Механизмы управления [Текст] / под ред. Д. А. Новикова. – М. : Ленанд, 2011. – 192 с.
2. Бурков, В. Н. Модели и методы управления организационными системами [Текст] / В. Н. Бурков, В. А. Ириков. – М. : Наука, 1994. – 270 с.
3. Теория активных систем и совершенствование хозяйственных механизмов [Текст] / В. Н. Бурков, В. В. Кондратьев, В. В. Цыганов, А. М. Черкашин. – М. : ИПУ РАН, 1984. – 272 с.
4. Воронин, А. А. Оптимальные иерархические структуры [Текст] / А. А. Воронин, С. П. Мишин. – М. : ИПУ РАН, 2003. – 214 с.
5. Давыдов, Э. Г. Исследование операций [Текст] / Э. Г. Давыдов. – М. : Высш. шк., 1990. – 383 с.
6. Задачи оптимизации иерархических структур [Текст] / В. Т. Дементьев, А. И. Ерзин, Р. М. Ларин, Ю. В. Шамардин. – Новосибирск : НГУ, 1996. – 167 с.
7. Новиков, Д. А. Сетевые структуры и организационные системы [Текст] / Д. А. Новиков. – М. : ИПУ РАН, 2003. – 103 с.
8. Бурков, В. Н. Прикладные задачи теории графов [Текст] / В. Н. Бурков, И. А. Горгидзе, С. Е. Ловецкий. – Тбилиси : Мецниереба, 1974. – 234 с.
9. Берж, К. Теория графов и ее применение [Текст] / К. Берж. – М. : Изд-во иностр. лит., 1962. – 319 с.
10. Орловский, С. А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации [Текст] / С. А. Орловский. – М. : Наука, 1981. – 275 с.
11. Бабунашвили, М. К. Контроль и управление в организационных системах. [Текст] / М. К. Бабунашвили, М. А. Бермант // Управление производством и математические методы. –1991. – № 2. – С. 145–165.

Стаття надійшла до редакції 20.12.2012 р.