

УДК 629.017



М. А. Подригало



Г. Г. Яровий

## ОЦІНКА СТІЙКОСТІ ПРОТИ ПЕРЕКИДАННЯ БАГАТОВІСНИХ АВТОМОБІЛІВ ІЗ ДВОМА ДВОВІСНИМИ ПОВОРОТНИМИ ПЛАТФОРМАМИ

*Поява чотиривісних автомобілів із двома поворотними платформами виявила проблему, що пов'язана з оцінюванням статичної стійкості таких машин проти бокового перекидання. У статті наведений вдосконалений метод оцінювання статичної бічної стійкості проти перекидання чотиривісних автомобілів із двома поворотними платформами у поперечній площині. Визначено перекидний та стабілізуючий моменти окремо на поворотних платформах та автомобілі в цілому. Проведений розрахунок і аналіз коефіцієнта стійкості проти перекидання.*

*К л ю ч о в і с л о в а : чотиривісний автомобіль, поворотна платформа, коефіцієнт стійкості, поперечна статична стійкість, перекидання у поперечній площині.*

**Постановка проблеми.** Поява патентних пропозицій щодо чотиривісних автомобілів із двома поворотними платформами ставить задачу оцінювання статичної стійкості таких машин проти бокового перекидання.

Проблема в тому, що тягові та гальмівні сили (до блокування коліс) мають точку застосування не в плямі контакту коліс з дорогою, а на осі. Це означає, що в процесі повороту платформи навколо своєї осі у автомобіля, що стоїть на бічному ухилі, буде зменшуватися плече перекидаючого (збурюючого) моменту.

Виходячи з цього, розроблення методу оцінювання коефіцієнта статичної бічної стійкості положення та отримання залежності останнього від кута повороту платформи є актуальною науково-технічною задачею. Результати дослідження зазначеного питання і наведені у статті.

**Аналіз публікацій.** Чотиривісні автомобілі з двома двовісними поворотними платформами [1, 3] мають високу маневреність [2] і керованість [6], що дозволяє здійснювати потрібний маневр за короткий час і при проходженні мінімального шляху.

Сьогодні оцінку стійкості автомобілів проводять [4] за кутом  $\alpha$  поперечної (бічної) стійкості положення. Якщо, оцінюючи бічну стійкість положення, межу стійкості визначити за появою нульової реакції дороги на колесах внутрішнього борту автомобілів, то кут  $\alpha$  буде кутом поперечної статичної стійкості. За загальноприйнятою методикою кут поперечної статичної стійкості може бути визначений [4] як

$$\alpha = \arctg\left(\frac{B}{2h}\right), \quad (1)$$

де  $B$  – колія коліс автомобіля;

$h$  – висота центра мас автомобіля, що вимірюється від рівня опорної поверхні.

Рівняння (1) отримано з умови рівноваги автомобіля в поперечній площині при навантаженні моментами, тобто

$$M_{\text{збур}} - M_{\text{стаб}} = 0, \quad (2)$$

де  $M_{\text{збур}}$  – момент, що збурює від дії бічної сили на бічному ухилі або на повороті,

$$M_{\text{збур}} = P_y \cdot h, \quad (3)$$

$P_y$  – бічна сила, яка прикладена в центрі мас автомобіля;

$M_{\text{стаб}}$  – стабілізуючий момент,

$$M_{\text{стаб}} = mg \frac{B}{2}, \quad (4)$$

$m$  – маса автомобіля;

$g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння.

Якщо в процесі впливу збурюючого моменту  $M_{\text{збур}}$  можливий відрив внутрішніх коліс автомобіля, то проводять оцінювання динамічної поперечної стійкості (динамічної стійкості положення) за кутом повороту машини  $\gamma$  у поперечній площині. Динамічна стійкість буде забезпечена у разі

$$\alpha < \gamma. \quad (5)$$

У праці [6] запропоновано оцінювати статичну стійкість положення автомобіля також і за відсутності бічного зміщення нерухомого автомобіля в поперечній площині. Як приклад у праці [6] розглянуто чотиривісний автомобіль із двома поворотними платформами.

Для оцінювання статичної стійкості автомобіля у праці [5] запропоновано коефіцієнт поперечної статичної стійкості положення  $K_{\text{ст}}$ , який може бути визначений з рівняння динаміки повороту автомобіля в поперечній площині

$$J_X \frac{d^2\gamma}{dt^2} = M_{\text{збур}} - M_{\text{стаб}}, \quad (6)$$

де  $J_X$  – центральний момент інерції автомобіля відносно поздовжньої осі.

Рівняння (6) [5] можна перетворити до вигляду

$$J_X \frac{d^2\gamma}{dt^2} = M_{\text{збур}} \left( 1 - \frac{M_{\text{стаб}}}{M_{\text{збур}}} \right) = M_{\text{збур}} (1 - K_{\text{ст}}). \quad (7)$$

Для забезпечення статичної стійкості необхідно, щоб  $K_{\text{ст}} \geq 1$ .

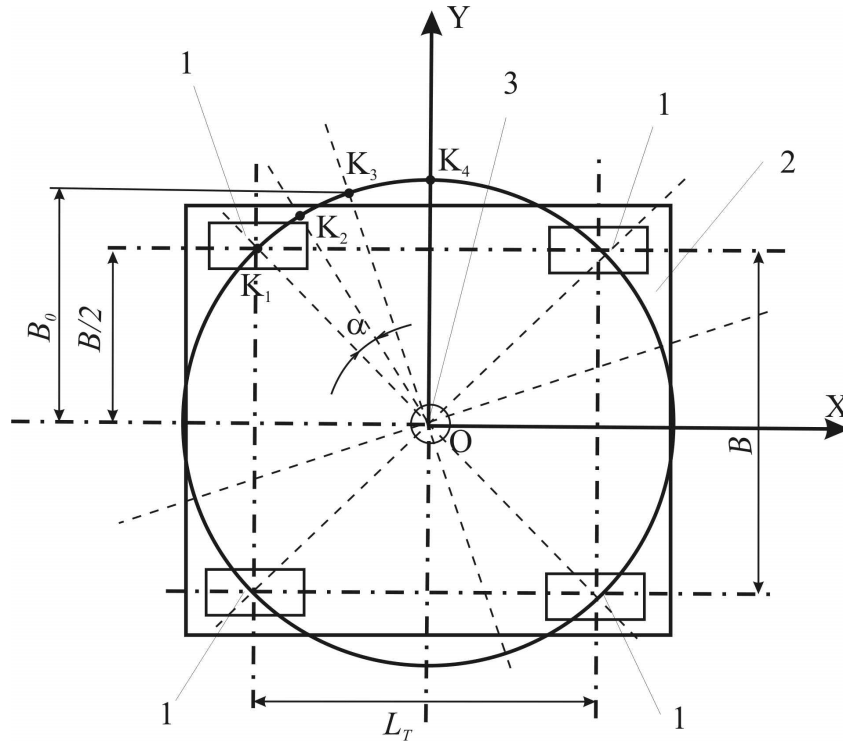
З рівняння (7) видно, що за  $K_{\text{ст}} < 1$  можлива поява кутового прискорення  $\frac{d^2\gamma}{dt^2}$  у поперечній площині, що свідчить про необхідність оцінювання динамічної стійкості положення. При  $K_{\text{ст}} \geq 1$  автомобіль має статичну стійкість положення в поперечній площині.

У праці [6] звернено увагу на те, що при повороті двовісної платформи змінюються умови навантаження останньої. Однак у цій праці розглянуто стійкість положення чотиривісної машини з двома поворотними двовісними платформами проти зміщення щодо свого початкового положення і не розглянуто стійкість проти перекидання у поперечній площині.

**Мета статті** полягає у вдосконаленні методу оцінювання стійкості чотиривісного автомобіля з двома двовісними поворотними платформами проти перекидання у поперечній площині.

Для досягнення поставленої мети необхідно визначити взаємозв'язок між величиною моменту, що збурює (перекидає), і точками прикладання тягових (гальмівних) і бічних сил на колесах поворотних платформ.

**Виклад основного матеріалу.** Для проведення аналізу використовуємо схему повороту чотириколісної платформи, наведену у праці [6] (рис. 1).



1 – колеса; 2 – поворотна платформа; 3 – вісь повороту  
Рисунок 1 – Схема повороту чотирьохколісної платформи [6]

У праці [6] також наведено схему сил, що діють на кожне з коліс двовісного поворотного візка при дії на автомобіль сили, яка паралельна опірній поверхні (рис. 2).

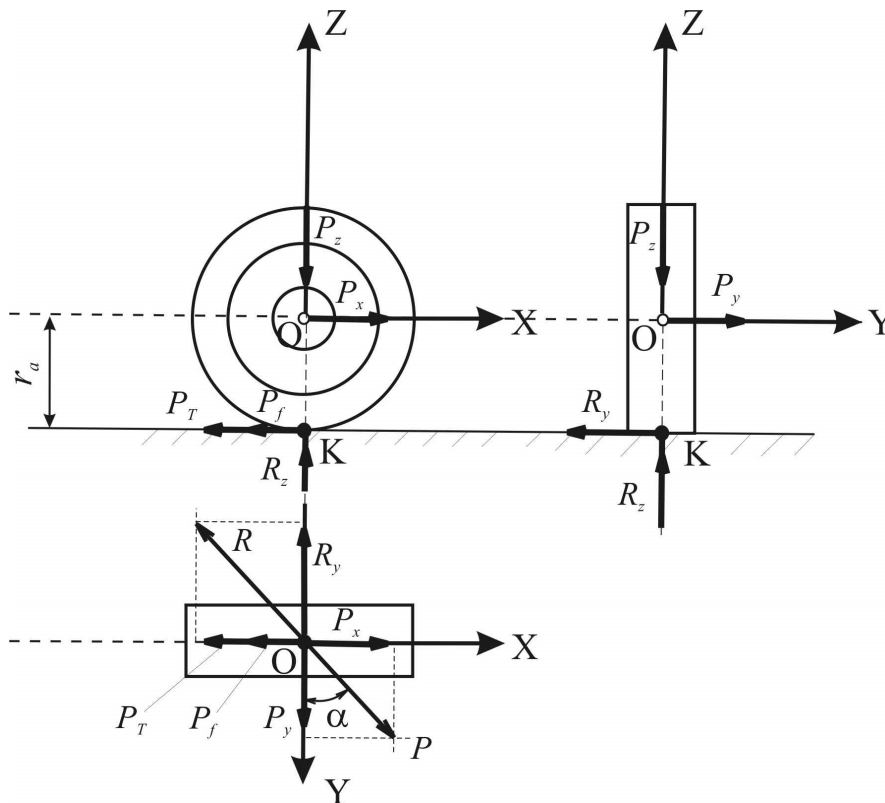


Рисунок 2 – Розрахункова схема одного колеса автомобіля під дією сили, яка паралельна опірній поверхні [6]

При повороті кожної з платформ чотиривісного автомобіля поточне значення відстані  $B_o$  від проєкції поздовжньої осі автомобіля на опорну площину до точки контакту найбільш віддаленого колеса з дорогою змінюватиметься залежно від кута  $\alpha$  [6]

$$B_o = 0.5\sqrt{B^2 + L_T^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha\right), \quad (8)$$

де  $L_T$  – база поворотної платформи (рис. 1).

Таким чином, при  $\alpha = 0$  та  $B_o = 0,5B$  стабілізуючий момент дорівнюватиме (для однієї поворотної платформи)

$$M_{\text{стаб}} = mgB_o = mg \frac{B}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{L_T}{B}\right)^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha\right), \quad (9)$$

де  $m$  – маса машини.

Для двох поворотних платформ (або сумарний для автомобіля) стабілізуючий момент дорівнює

$$\begin{aligned} M_{\text{стаб}_\Sigma} &= mg \frac{B}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{L_T}{B}\right)^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha_1\right) + mg \frac{B}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{L_T}{B}\right)^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha_2\right) = \\ &= mg \frac{B}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{L_T}{B}\right)^2} \left[ \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha_1\right) + \sin\left(\arctg\left(\frac{B}{L_T}\right) + \alpha_2\right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

де  $\alpha_1, \alpha_2$  – кути повороту у площині дороги передньої та задньої платформ відповідно.

Вираз (10) отримано для випадку використання на чотиривісному автомобілі двох однакових поворотних платформ. При використанні на одному автомобілі поворотних платформ з різними параметрами колії  $B$  і бази  $L_T$  вираз (10) набуде такого вигляду:

$$M_{\text{стаб}_\Sigma} = \frac{1}{2} mg \left[ B_1 \sqrt{1 + \left(\frac{L_{T_1}}{B_1}\right)^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B_1}{L_{T_1}}\right) + \alpha_1\right) + B_2 \sqrt{1 + \left(\frac{L_{T_2}}{B_2}\right)^2} \sin\left(\arctg\left(\frac{B_2}{L_{T_2}}\right) + \alpha_2\right) \right], \quad (11)$$

де  $B_1, L_{T_1}$  – геометричні параметри передньої поворотної платформи;

$B_2, L_{T_2}$  – геометричні параметри задньої поворотної платформи.

Для визначення  $M_{\text{збур}}$  скористаємося теоремою Варіньона у механіці. При цьому припустимо, що одна сила з пари сил прикладена в центрі мас автомобіля і діє в напрямку осі ОУ (бічному напрямку), а сили, які прикладені на колесах, у сукупності створюють другу силу (пару моментів), що збурює. Для розв'язання задачі скористаємося рисунком 2. Звертаємо увагу на те, що сила  $P_x$  прикладена до осі колеса, а сила  $R_y$ , яка створює частину моменту, що перекидає, – до плями контакту колеса з дорогою.

При повороті колеса разом з платформою на кут  $\alpha$  перекидний момент від сили  $P_x$  дорівнюватиме

$$M'_{\text{збур}} = P_x \cdot (h - r_a) \sin\alpha, \quad (12)$$

де  $r_a$  – динамічний радіус колеса.

Збурюючий момент, що створюється силою  $R_y$ , дорівнюватиме

$$M''_{збур} = R_y \cdot h \cdot \cos \alpha. \quad (13)$$

Сумарний збурюючий момент на одній платформі дорівнюватиме

$$M_{збур} = M'_{збур} + M''_{збур} = P_x \cdot (h - r_a) \cdot \sin \alpha + R_y \cdot h \cdot \cos \alpha = h \cdot \cos \alpha \cdot \left[ P_x \cdot \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha + R_y \right]. \quad (14)$$

Сумарний збурюючий момент всього автомобіля

$$\begin{aligned} M_{збур \Sigma} &= M_{збур 1} + M_{збур 2} = \\ &= h \cdot \cos \alpha_1 \cdot \left[ P_{x_1} \cdot \left( 1 - \frac{r_{a_1}}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + R_{y_1} \right] + h \cdot \cos \alpha_2 \cdot \left[ P_{x_2} \cdot \left( 1 - \frac{r_{a_2}}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + R_{y_2} \right] = \\ &= h \cdot \left[ \cos \alpha_1 \cdot \left[ P_{x_1} \cdot \left( 1 - \frac{r_{a_1}}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + R_{y_1} \right] + \cos \alpha_2 \cdot \left[ P_{x_2} \cdot \left( 1 - \frac{r_{a_2}}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + R_{y_2} \right] \right], \quad (15) \end{aligned}$$

де  $P_{x_1}$ ,  $P_{x_2}$  – сумарні дотичні сили, які прикладено до коліс передньої та задньої поворотних платформ відповідно;

$R_{y_1}$ ,  $R_{y_2}$  – сумарні бічні реакції дороги на колесах передньої та задньої поворотних платформ відповідно;

$r_{a_1}$ ,  $r_{a_2}$  – динамічні радіуси коліс передньої та задньої поворотних платформ відповідно.

При  $r_{a_1} = r_{a_2} = r_a$  та  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  вираз (15) набуде такого вигляду:

$$\begin{aligned} M_{збур \Sigma} &= h \cdot \cos \alpha \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot [P_{x_1} + P_{x_2}] + [R_{y_1} + R_{y_2}] \right] = \\ &= h \cdot \cos \alpha \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot [P_{x_1} + P_{x_2}] + R_y \right]. \quad (16) \end{aligned}$$

де  $R_y = R_{y_1} + R_{y_2}$  – сумарна бічна реакція дороги, що діє на всі колеса чотиривісного автомобіля.

При розташуванні незагальмованого автомобіля на бічному ухилі та  $P_{x_1} = P_{f_1}$ ,  $P_{x_2} = P_{f_2}$  вираз (16) набуде такого вигляду:

$$M_{збур \Sigma} = h \cdot \sin \alpha \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) [P_{f_1} + P_{f_2}] + mg \cdot \frac{\sin \Delta}{\operatorname{tg} \alpha} \right], \quad (17)$$

де  $\Delta$  – кут поперечного ухилу дороги.

Слід врахувати співвідношення:

$$P_{f_1} = mgf \cdot \frac{b}{L} \cdot \cos \alpha, \quad (18)$$

$$P_{f_2} = mgf \cdot \frac{a}{L} \cdot \cos \alpha, \quad (19)$$

де  $f$  – коефіцієнт опору кочення коліс;

$L$  – поздовжня база чотириколісного автомобіля, що визначається як відстань по горизонталях між серединами баз передньої та задньої поворотних платформ;

$a$ ,  $b$  – відстані між серединами баз передньої та задньої поворотних платформ та проекцією центра мас автомобіля на горизонтальну площину.

Перетворимо за допомогою виразів (18), (19) рівняння (17) на таке:

$$M_{збур\ \Sigma} = mgh \cdot \cos \alpha \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot f \sin \alpha + \sin \Delta \right]. \quad (20)$$

З формули (7) видно, що коефіцієнт стійкості автомобіля проти перекидання

$$K_{ст} = \frac{M_{стаб}}{M_{збур}} = \frac{M_{стаб\ \Sigma}}{M_{збур\ \Sigma}}. \quad (21)$$

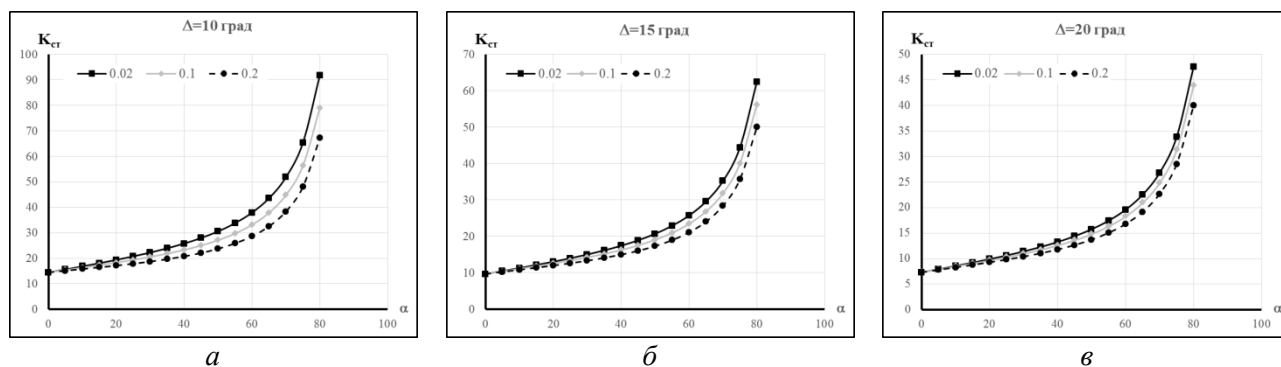
При  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  вираз (10) має такий вигляд:

$$M_{стаб\ \Sigma} = mgB \cdot \sqrt{1 + \left( \frac{L_T}{B} \right)^2} \sin \left( \arctg \left( \frac{B}{L_T} \right) + \alpha \right). \quad (22)$$

Тому, підставляючи вирази (22) та (20) у рівняння (21), отримаємо

$$K_{ст} = \frac{M_{стаб\ \Sigma}}{M_{збур\ \Sigma}} = \frac{B \sqrt{1 + \left( \frac{L_T}{B} \right)^2} \sin \left( \arctg \left( \frac{B}{L_T} \right) + \alpha \right)}{h \cdot \cos \alpha \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot f \sin \alpha + \sin \Delta \right]}. \quad (23)$$

На рисунку 3 наведено графіки залежності коефіцієнта стійкості автомобіля  $K_{ст}(\alpha)$  від кута повороту платформ  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  при різних значеннях параметрів  $f, \Delta$ . Розглядаються коефіцієнт опору кочення коліс  $f$  для асфальту, ґрунтової дороги та бездоріжжя.



$a - \Delta = 10$  град;  $b - \Delta = 15$  град;  $v - \Delta = 20$  град

Рисунок 3 – Графіки залежності  $K_{ст}(\alpha)$  чотиривісного автомобіля з двома поворотними платформами, що має параметри:  $L_T/B = 1$ ;  $B = 2,0$  м,  $r_a = 0,5$  м;  $h = 0,8$  м;  $f = 0,02$  (асфальт);  $0,1$  (ґрунтова дорога);  $0,2$  (бездоріжжя)

Аналіз графіків, наведених на рисунку 3, показує, що розглянутий як приклад чотиривісний автомобіль з двома двовісними поворотними платформами має високу статичну стійкість за умовою перекидання. Коефіцієнт стійкості  $K_{ст}$  за умовою перекидання значно вище одиниці, що свідчить про великий запас стабілізуючого моменту  $M_{стаб\ \Sigma}$ . Зі збільшенням кута бокового ухилу  $\Delta$  коефіцієнт стійкості  $K_{ст}$  дещо знижується. Найменшого значення він набуває при кутах повороту платформ  $\alpha$ , близьких до нуля. Так, для величини кута бокового ухилу  $\Delta = 20^\circ$ , коли  $\alpha = 0$ , величина  $K_{ст}$  становить 7-8 одиниць. При прагненні  $\alpha$  до  $90^\circ$  величина  $K_{ст} \rightarrow \infty$ . Наприклад, для величини кута

бокового ухилу  $\Delta = 20^\circ$ , коли  $\alpha = 80^\circ$ , величина  $K_{\text{ст}} \approx 40$ . При збільшенні коефіцієнта опору коченню  $f$  величина  $K_{\text{ст}}$  знижується для всіх значень  $\alpha, \Delta$ .

Під час руху автомобіля на повороті бічна сила  $R_y$  залежатиме від швидкості та визначатиметься за таким виразом:

$$R_y = mg \frac{V^2}{R}, \quad (24)$$

де  $V$  – лінійна швидкість автомобіля;

$R$  – радіус повороту машини,

$$R = L \cdot \text{ctg} \alpha. \quad (25)$$

У цьому випадку вираз (16) набуває такого вигляду:

$$M_{\text{збур}_\Sigma} = mgh \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot f \sin \alpha + \frac{V^2}{L} \cdot \text{tg} \alpha \right] = mgh \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot f + \frac{V^2}{L \cdot \cos \alpha} \right] \cdot \sin \alpha. \quad (26)$$

Коефіцієнт стійкості автомобіля під час руху на повороті:

$$K_{\text{ст}} = \frac{B \sqrt{1 + \left( \frac{L_T}{B} \right)^2} \cdot \sin \left( \arctg \left( \frac{B}{L_T} \right) + \alpha \right)}{h \cdot \left[ \left( 1 - \frac{r_a}{h} \right) \cdot f + \frac{V^2}{L \cdot \cos \alpha} \right] \cdot \sin \alpha}. \quad (27)$$

Аналіз виразу (27) показує, що зі зростанням лінійної швидкості руху автомобіля на повороті  $K_{\text{ст}}$  зменшується, а зі збільшенням колій  $B$  та бази  $L$  автомобіля показник стійкості  $K_{\text{ст}}$  збільшується.

### Висновки

1. У результаті проведеного дослідження вдосконалено метод оцінювання статичної стійкості чотиривісного автомобіля з двома двовісними поворотними платформами проти перекидання у поперечній площині.

2. Визначено збурювальний (перекидний) та стабілізуючий моменти окремо на поворотних платформах та на автомобілі в цілому. Використання як показника та критерію статичної стійкості коефіцієнта стійкості  $K_{\text{ст}}$  дозволило отримати математичний апарат для оцінювання стійкості чотиривісних автомобілів з двома поворотними двовісними платформами.

3. Проведений аналіз на прикладі чотиривісного автомобіля з двома поворотними двовісними платформами і такими параметрами:  $\frac{L_T}{B} = 1$ ;  $B = 2,0$  м;  $r_a = 0,5$  м;  $h = 0,8$  м;  $f = 0,02; 0,1; 0,2$  дозволив визначити таке:

– чотиривісні автомобілі з двома поворотними двовісними платформами мають високу статичну стійкість за умовою перекидання;

– коефіцієнт стійкості за умовою перекидання значно вище одиниці, що свідчить про великий запас стабілізуючого моменту;

– найменшого значення коефіцієнт стійкості набуває при кутах повороту платформ близьких до нуля, тоді як при прагненні кутів повороту до  $90^\circ$  величина  $K_{\text{ст}} \rightarrow \infty$ ;

– при збільшенні коефіцієнта опору коченню величина коефіцієнта стійкості знижується за всіх значень кутів повороту платформ та бокового ухилу дороги.

Напрямом подальшого дослідження є удосконалення конструкцій машин з поворотними мостами і платформами та визначення їх динамічних властивостей.

**Перелік джерел посилання**

1. Спосіб управління рухом чотиривісного транспортного засобу: пат. 151941 Україна: МПК В60W 10/20/2006/01/. u202107634, заявл. 28.12.21; опубл. 05.10.22, Бюл. № 40. 7 с.
2. Поліпшення маневреності колісного транспортного засобу шляхом вдосконалення способу управління поворотом / М. А. Подригало та ін. *Вісник НТУ «ХПИ». Машинобудування та САПР*. Харків, 2023. № 1. С. 68 – 75.
3. Гармаш В. П. Поліпшення маневреності колісних машин шляхом використання роздільного приводу коліс поворотного мосту : дис. ... д-ра філософії : 274. Харків, 2023. 146 с.
4. Експлуатаційні властивості автотранспортних засобів, У 3 ч. Ч. 3. Маневреність. Керованість. Стійкість : навч. посіб. / В. П. Сахно та ін. Донецьк : ЛАНДОН-XXI, 2015. 400 с.
5. Дубінін Є. О. Концепція забезпечення стійкості положення шарнірно-зчленованих колісних машин : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : 274. Харків, 2017. 36 с.
6. Оцінка статичної стійкості багатовісних автомобільних шасі з чотириколісними поворотними платформами / Подригало М. А., Бережний А. О., Дубінін Є. О., Рогозін І. В. *Системи озброєння і військова техніка*. 2023. № 3 (75). С. 21– 27.

*Стаття надійшла до редакції 24.04.2024 р.*

**UDC 629.017**

**М. Podryhalo, H. Yarovy**

**EVALUATION OF ROLL-OVER RESISTANCE OF MULTI-AXLE VEHICLES WITH TWO TWO-AXLE ROTATING PLATFORMS**

*The emergence of four-axle cars with two rotating platforms revealed a problem related to the evaluation of the static stability of such cars against lateral overturning. The problem is caused by the fact that traction and braking forces have a point of application not in the point of contact of the wheels with the road on the axle. This means that in the process of turning the platform around its axis, the shoulder of the overturning (upsetting) moment will decrease for a car standing on a side slope.*

*The article presents an improved method for evaluating the static lateral stability against overturning of four-axle cars with two rotating platforms in the transverse plane. The overturning (upsetting) and stabilizing moments are determined separately on the rotary platforms and on the car as a whole. The use of the stability coefficient as an indicator and criterion of static stability made it possible to obtain a mathematical apparatus for evaluating the stability of four-axle cars with two rotating two-axle platforms. The calculation and analysis of the results on the example of a four-axle car with two rotating two-axle platforms, which is on asphalt, a dirt road and off-road, made it possible to state that such a car has high static stability under the condition of overturning. The stability coefficient under the overturning condition is significantly higher than unity, which indicates a large margin of stabilizing moment. The coefficient of stability acquires the smallest value when the angles of rotation of the platforms are close to zero, while when the angles of rotation tend to 900, the value tends to infinity. When the rolling resistance coefficient increases, the value of the stability coefficient decreases for all values of the angles of rotation of the platforms and the side slope of the road.*

*The direction of further research is the improvement of the designs of machines with rotary bridges and platforms and the study of their dynamic properties.*

*К e y w o r d s : four-axle car, rotary platform, coefficient, transverse static stability, overturning.*

**Подригало Михайло Абович** – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник науково-дослідного центру Національної академії Національної гвардії України.  
<https://orcid.org/0000-0002-1624-5219>

**Яровий Геннадій Геннадійович** – ад'юнкт Національної академії Національної гвардії України.  
<https://orcid.org/0000-0002-6347-353X>