

УДК 623.73:621.891:537.312:004.94



А. Г. Шандрівський



В. М. Романчук

## МОДЕЛЬ ДЕМПФОВАНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ОСЦИЛЯТОРА ДЛЯ АНАЛІЗУ ТЕМПЕРАТУРНО ЗАЛЕЖНОГО АДМІТАНСУ ГАЛЬМІВНОЇ РІДИНИ В ДІАПАЗОНІ ВИСОКИХ ЧАСТОТ

*У статті досліджується температурна поведінка комплексного адмітансу гальмівної рідини в діапазоні від 50 кГц до 300 МГц. Для обробки результатів запропонована модель демпфованого гармонічного осцилятора. Виявлено, що залежність адмітансу від температури містить інформативні резонансні характеристики. Отримані результати можуть бути використані для неінвазивного контролю якості гальмівних рідин.*

*К л ю ч о в і с л о в а : математичне моделювання, комплексний адмітанс, гальмівна рідина, електричні властивості, температурна залежність.*

**Постановка проблеми.** Високочастотний діапазон відкриває нові можливості для неінвазивного діагностування фізико-хімічних властивостей рідин. Особливий інтерес становить вивчення гальмівних рідин, електричні параметри яких, зокрема адмітанс, можуть відображати їхній стан, мінералізацію, зношення або наявність домішок.

Попередні дослідження демонструють частотну залежність адмітансу рідин з помітними температурними ефектами, однак бракує системного підходу до моделювання електричної відповіді рідини, який би поєднував виміряні частотні залежності з аналітичною моделлю. Зокрема недооцінено потенціал використання моделі демпфованого гармонічного осцилятора з гармонічним збуренням для інтерпретації електричної поведінки в частотному домені.

У зв'язку з цим актуальним є завдання побудови та верифікації аналітичної моделі комплексного адмітансу гальмівної рідини з урахуванням її температурної залежності.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз технічного стану гальмівних рідин є важливим завданням для гарантування безпечної експлуатації, транспортних засобів. Одним із перспективних методів діагностування таких рідин є електрохімічна імпедансна спектроскопія (EIS). На сьогоднішній день у науковій літературі майже відсутні дослідження, що стосуються математичного моделювання комплексного адмітансу гальмівної рідини. У зв'язку з цим було проведено огляд суміжних наукових праць, які можуть слугувати підґрунтям для створення відповідних моделей.

У навчальному посібнику І. І. Григорчака та Г. В. Понеділка [1] наведено ґрунтовний теоретичний і прикладний аналіз методів спектроскопії імпедансу. Значну увагу приділено оцінюванню електрофізичних властивостей різних середовищ, зокрема досліджено вплив в'язкості на імпедансні характеристики. У праці реалізовано багаторівневий підхід до моделювання процесів поляризації та провідності, що забезпечує комплексне розуміння поведінки систем у змінному електричному полі.

У монографії Є. В. Походила та П. Г. Столярчука [2] досліджено можливості імітансного контролю якості багатокомпонентних рідин. Акцентовано увагу на чутливості імпедансних характеристик до змін фізико-хімічних властивостей середовища. Зокрема продемонстровано, що варіації параметрів імпедансу можуть слугувати індикаторами погіршення експлуатаційних властивостей рідини, як-от: підвищення в'язкості або вмісту води.

Питання деградації гальмівної рідини та методів її контролю активно досліджується в науковій літературі. У монографії М. С. Міхалевої та П. Г. Столярчука [3] подано фундаментальні підходи до аналізу електрофізичних властивостей багатокомпонентних рідин у широкому діапазоні електромагнітних частот. Автори запропонували метод швидкого визначення концентрацій складників рідин на основі реактивної складової провідності, що є релевантним для розроблення сенсорів в'язкості.

У статті Я. Кабана та співавторів [4] досліджено процес старіння гальмівних рідин на основі гліколю в умовах реальної експлуатації транспортних засобів. Автори проаналізували зміну фізико-хімічних параметрів, зокрема температури кипіння та вмісту води, що дозволяє оцінити ступінь деградації рідини та обґрунтовує доцільність її регулярного контролю.

М. Войчик [5] досліджувала реологічні властивості нової та використаної гальмівної рідини типу DOT 3. Встановлено, що використана рідина має нижчу в'язкість і вищу густину, а також зберігає ньютонівську поведінку, що є важливим для моделювання її динаміки в гальмівній системі.

У монографії М. С. Міхалевої та співавторів [6] висвітлено сучасні проблеми контролю технічних рідин у військовій техніці та запропоновано напрями вдосконалення системи контролю якості, зокрема в умовах бойової експлуатації.

Незважаючи на відсутність безпосередніх математичних моделей комплексного адмітансу гальмівної рідини, проаналізовані праці демонструють наукову та прикладну доцільність використання частотних характеристик, електрохімічного моделювання, апроксимаційних методів, мікрохвильового аналізу для вивчення та діагностування рідин із низькою провідністю. Зібрані підходи становлять наукову основу для подальшого розроблення аналітичних та нейромережових моделей адмітансної поведінки гальмівної рідини в умовах експлуатації.

**Метою статті** є оприлюднення результатів розроблення і верифікування моделі комплексного адмітансу гальмівної рідини у високочастотному діапазоні, що враховує температурні ефекти.

Об'єктом дослідження була гальмівна рідина як функціональний елемент гальмівних систем транспортних засобів.

Предметом дослідження – частотно-залежні електрофізичні характеристики (комплексний адмітанс) гальмівної рідини в діапазоні частот до 300 МГц, вплив температури на них, а також методи їх експериментального визначення та математичного моделювання.

Наукова новизна:

1) запропоновано використання моделі демпфованого гармонічного осцилятора з гармонічним збуренням для опису електричної поведінки гальмівної рідини;

2) вперше проведено верифікацію моделі комплексного адмітансу на основі експериментальних вимірювань за допомогою NanoVNA у діапазоні від 50 кГц до 300 МГц з урахуванням впливу температури;

3) описано підхід, що інтегрує модельний аналіз, експериментальні вимірювання та обчислювальні методи.

### **Виклад основного матеріалу**

**Методика проведення експерименту.** Експериментальні дослідження проводилися з метою оцінювання температурної залежності комплексного адмітансу гальмівної рідини DOT 4 за допомогою векторного аналізатора NanoVNA у частотному діапазоні від 50 кГц до 300 МГц.

Вимірювальна система включала:

- векторний аналізатор NanoVNA;
- коаксіальний кабель довжиною 23 см із конектором типу UHF;
- циліндричний сенсор, повністю занурений у термостійку скляну посудину, що містила 50 мл гальмівної рідини.

### **Умови експерименту**

Температурний діапазон: від  $-5^{\circ}\text{C}$  до  $+55^{\circ}\text{C}$  (з прицільним аналізом даних під час нагрівання).

Частотний інтервал: від 50 кГц до 250 МГц, з рівномірною розбивкою на 101 точку.

Температурний крок: орієнтовно кожні  $3\text{--}5^{\circ}\text{C}$ .

Формат результатів: файли формату \*.slp, отримані з NanoVNA.

Лабораторна установка (рис. 1) включала ємність із гальмівною рідиною, у яку був занурений сенсор – циліндричний конденсатор із штекером UHF (рис. 2), який під'єднується через стандартне з'єднання до NanoVNA. Для контролю температури у безпосередній близькості від сенсора використовували термопару. Ємність із гальмівною рідиною розміщували у посудині (рис. 3), заповненій охолоджувальною рідиною (антифризом). Під час нагрівання рідини здійснювалося перемішування для забезпечення рівномірного розподілу температури по всьому об'єму. Під час вимірювання адмітансу перемішування припиняли, щоб уникнути впливу на результати вимірювань. Нагрівання та перемішування здійснювалися за допомогою лабораторної установки MAGNETIC STIRRER MS7. Контроль температури проводився температурним щупом HERMOME.



Рисунок 1 – Лабораторна установка



Рисунок 2 – Циліндричний сенсор

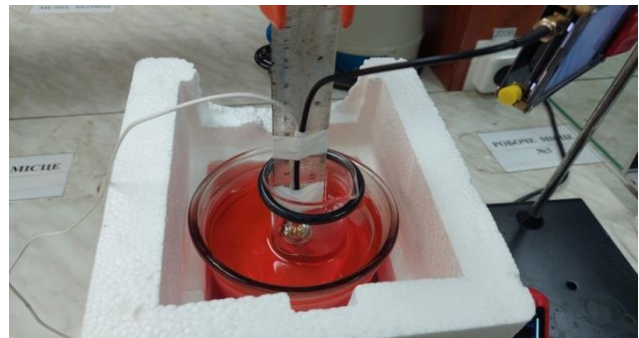


Рисунок 3 – Ємність з гальмівною рідиною

У результаті досліджень, проведених з використанням алгоритму математичного перетворення та вимірювань за допомогою NanoVNA, який формує специфічний сигнал – коефіцієнт відбиття  $S_{11}$  і фазу ( $Z_0=50$  Ом), визначено значення дійсної  $G$  (рис. 4) та уявної  $B$  (рис. 5) складових комплексної провідності і з них отримано значення модуля комплексної провідності  $Y$  гальмівної рідини марки DOT 4 (рис. 6) у частотному діапазоні до 900 МГц при температурі  $-4$  °С. З наведених графіків видно, що функції мають екстремуми, які повторюються через певні інтервали.

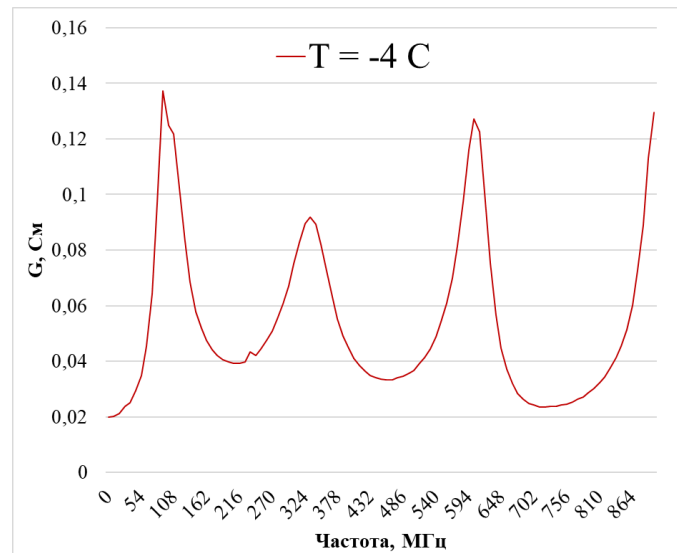


Рисунок 4 – Значення дійсної  $G$  складової комплексної провідності  $Y$

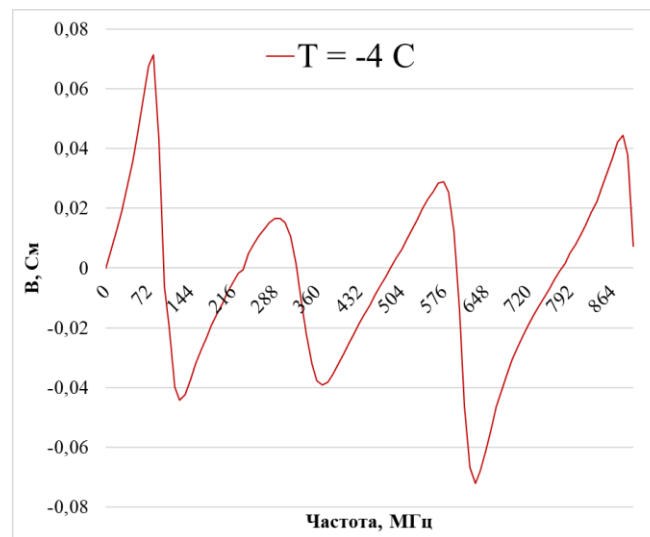


Рисунок 5 – Значення уявної  $B$  складової комплексної провідності  $Y$

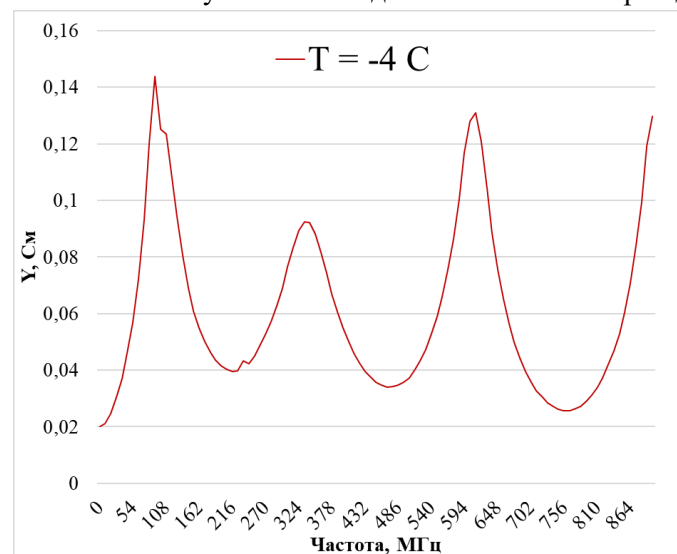


Рисунок 6 – Значення комплексної провідності  $Y$

Записані коефіцієнти відбиття  $S_{11}$  конвертувалися у частотно-залежний комплексний адмітанс  $Y(f)$  за формулою

$$Y(f) = \frac{1 - S_{11}(f)}{Z_o(1 + S_{11}(f))}. \quad (1)$$

Для подальших досліджень було обрано частотний діапазон до 300 МГц, у якому, згідно з технічним описом пристрою NanoVNA, рівень спотворення сигналу шумами є найменшим. Крім того, саме в цьому інтервалі чітко спостерігається характерний пік уявної складової провідності  $B$ , що проходить фазовий перехід – від нуля до позитивних значень, з подальшим поверненням через нуль до від’ємних значень, що вказує на наявність повноцінного резонансного процесу. На рис. 7–9 наведено графіки залежностей комплексної провідності  $Y$ , а також її дійсної  $G$  та уявної  $B$  складових від частоти у цьому діапазоні при температурі 20 °С.

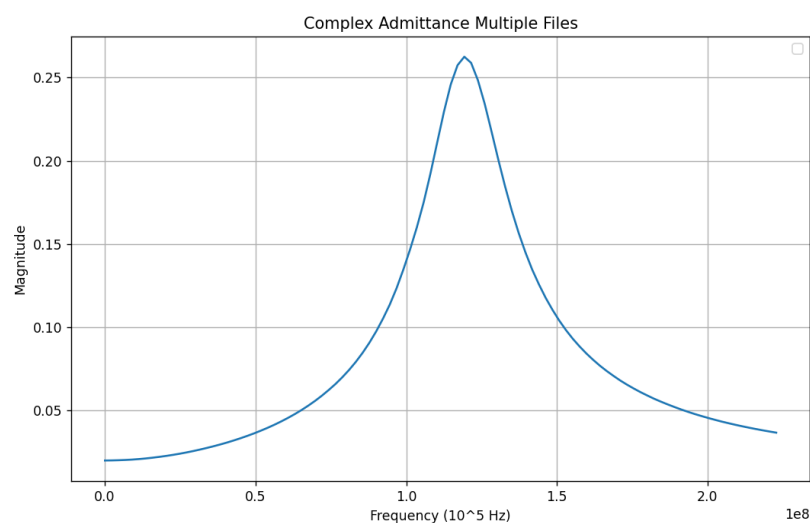


Рисунок 7 – Значення комплексної провідності ( $Y$ )

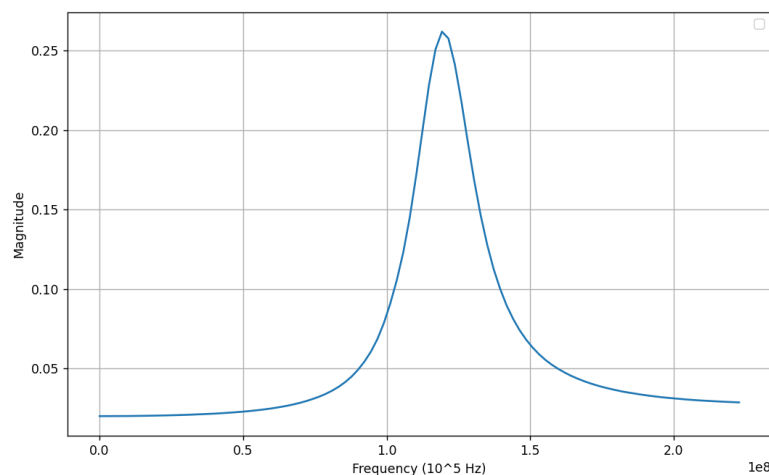


Рисунок 8 – Значення дійсної  $G$  складової комплексної провідності  $Y$

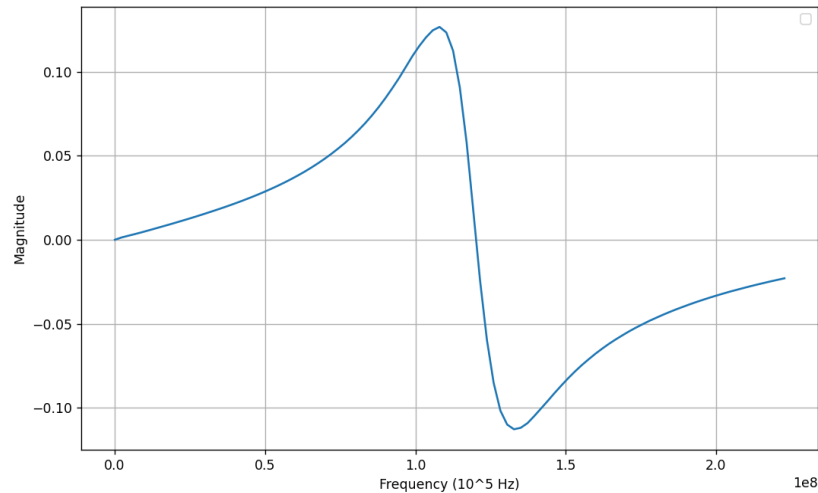


Рисунок 9 – Значення уявної  $B$  складової комплексної провідності  $Y$

Поведінка експериментальних даних інтерпретується в рамках демпфуючого осцилятора, що стало основою для побудови відповідної математичної моделі з урахуванням електромеханічного зв'язку.

**Механічна аналогія та модель типу RLC.** Модель враховує інерційні та в'язкі властивості середовища:

$$m\ddot{X}(t) + \beta\dot{X}(t) + kX(t) = V_o \cos(\omega t). \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (2) характеризує режим усталених гармонічних коливань

$$X(t) = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

і може бути поданий через адмітанс

$$Y(\omega) = \frac{A(\omega)}{V_o} = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (\beta\omega)^2}}, \quad (4)$$

де  $X(t)$  – зміщення / деформація.

#### Розмірності та фізична інтерпретація параметрів

Таблиця 1

| Позначення | Назва                   | Розмірність, SI | Фізичний зміст                                                 |
|------------|-------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------|
| $X(t)$     | зміщення                | м               | просторове зміщення молекул (наприклад, диполів) у полі        |
| $m$        | ефективна маса          | кг              | інерційна характеристика; масовий аналог у моделі коливань     |
| $\beta$    | дисипативний коефіцієнт | кг/с            | в'язке тертя, що описує енергетичні втрати дипольної відповіді |
| $k$        | жорсткість              | Н/м             | пружне протидіяння середовища при зміщенні диполя              |

### **Обернена задача підбору параметрів осциляторної моделі**

Однією з ключових інновацій у даному дослідженні є застосування методу параметричного підбору моделі гармонічного осцилятора до кожної точки частотної залежності адмітансу гальмівної рідини. Стандартний метод прямого визначення таких параметрів, як-от: ефективна маса, демпфування та пружність середовища, у фізично неоднорідних рідинах, наприклад DOT 4, є непридатним. Натомість було реалізовано обернену задачу – визначення трьох параметрів осциляторної моделі, які найкраще апроксимують експериментальні дані у заданому частотному діапазоні.

Математично розв'язувалась задача апроксимації виду

$$Y_{model}(f) = \frac{1}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (\beta\omega)^2}}. \quad (5)$$

Для кожного із 101 значення частоти, наданої NanoVNA, при кожному з 60 температурних рівнів (від  $-5^\circ\text{C}$  до  $+55^\circ\text{C}$ ) алгоритм Python (метод найменших квадратів, `curve_fit` із бібліотеки SciPy) виконував багатократну ітерацію з метою мінімізації помилки між експериментальним і модельованим адмітансами:

$$\min_{m, \beta, k} \sum_i |Y_{exp}(f_i) - Y_{model}(f_i; m, \beta, k)|^2. \quad (6)$$

Це дало  $> 6000$  набірних апроксимацій, кожна з яких охоплювала сотні обчислювальних операцій.

Як результат було отримано температурні залежності кожного з трьох параметрів:  $m$ ,  $\beta$  та  $k$ .

### **Оцінювання енергії активації на основі демпфувального параметра**

Для аналізу температурної чутливості гальмівної рідини було обчислено параметр демпфування  $\beta$ , який у моделі гармонічного осцилятора відображає енергетичні втрати середовища при передаванні змінного струму. Цей параметр є ефективною мірою в'язкості, яка є ключовим критерієм деградації або придатності DOT 4 до експлуатації.

Емпірична залежність  $\beta(T)$ , отримана шляхом фітінгу на основі 60 температурних рівнів, демонструє експоненційний характер з підвищенням температури. Це дозволило застосувати модифіковану форму рівняння Арреніуса

$$\beta(T) = \beta_o \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right), \quad (7)$$

де  $E_a$  – енергія активації процесу втрат;

$R$  – універсальна газова стала ( $8,314 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$ );

$T$  – абсолютна температура.

Нахил прямої (рис. 10) дозволяє обчислити енергію активації.  $E_a \approx 21,25 \text{ кДж/моль}$ .



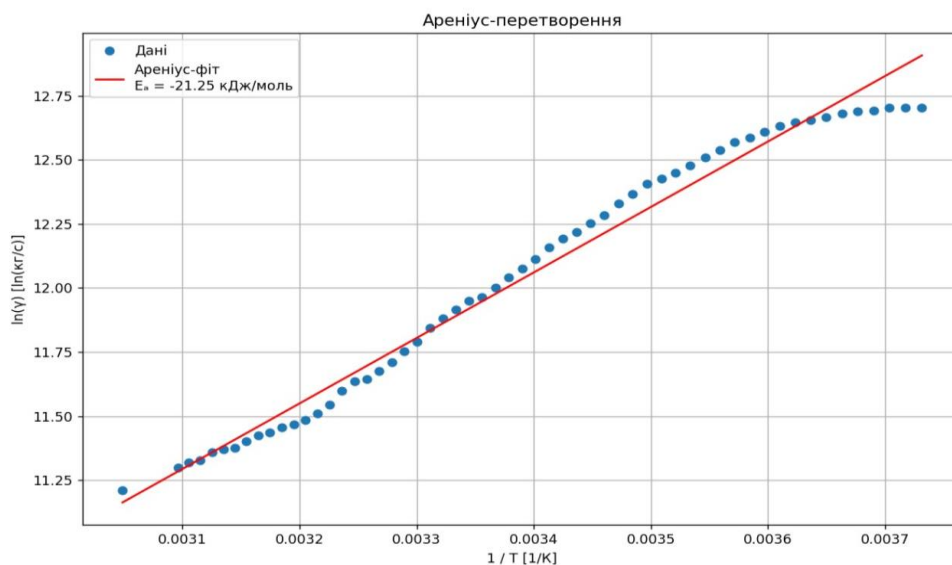


Рисунок 10 – Графік залежності  $\ln(\beta)$  від  $1/T$

Таку форму рівняння Арреніуса використовують для опису температурно активованих процесів, зокрема молекулярної релаксації, іонного транспорту чи міжмолекулярного тертя – це саме ті механізми, які можуть бути релевантні для DOT 4.

#### Температурна поведінка параметрів інертності та жорсткості

У рамках осциляторної моделі було проаналізовано температурну залежність параметрів:

- $m(T)$  – еквівалентна інерційна маса (модельна індуктивність);
- $k(T)$  – жорсткість, що відображає пружну протидію середовища.

#### Інерційний параметр $m(T)$

На графіку залежності  $m(T)$  (рис. 11) спостерігається добре апроксимована поведінка.

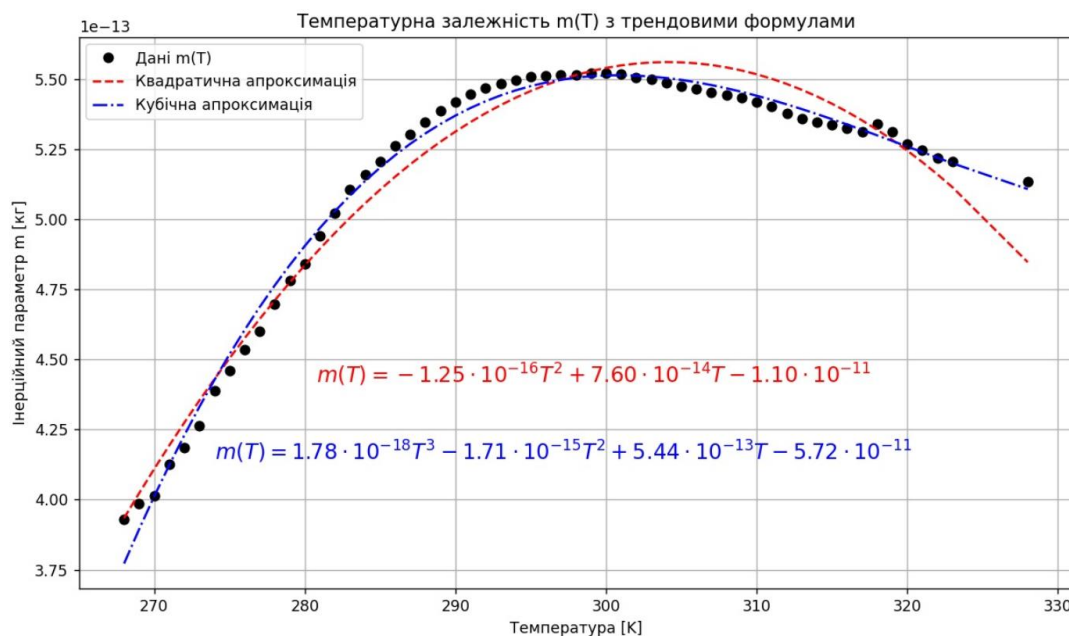


Рисунок 11 – Графік залежності  $m(T)$

Це свідчить про складну нелінійну зміну ефективної маси середовища, що бере участь у передаванні заряду. Зростання  $m$  при зниженні температури може вказувати на «зажорсткішання» структури DOT 4, тобто зменшення об'єму, в якому відбувається ефективна поляризація.



### Жорсткість середовища $k(T)$

Залежність  $k(T)$  і її апроксимація наведені на рис. 12.

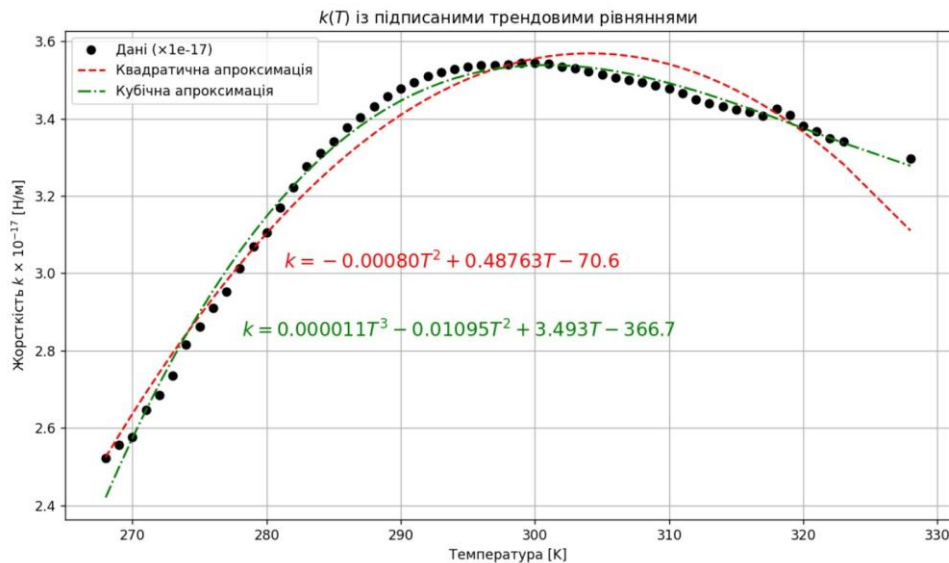


Рисунок 12 – Графік залежності  $k(T)$

Графіки  $k(T)$  та  $m(T)$  є схожими, оскільки система досліджує одну й ту саму речовину DOT 4, і температура є єдиною змінною, яка впливає на динаміку середовища.

### Висновки

1. Розроблено комплексну методику електромагнітної спектроскопії гальмівної рідини DOT 4, в якій частотна залежність адмітансу у діапазоні від 50 кГц до 300 МГц вивчалась при зміні температури від  $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$  до  $+55\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

2. Адмітанс описано моделлю демпфованого гармонічного осцилятора, що дозволило пов'язати виміряні характеристики з трьома фізичними параметрами середовища: ефективною інерційністю (масою), дисипативною складовою (в'язкістю) та жорсткістю (пружністю).

3. Для кожної температури і кожного частотного значення було виконано обернений фітінг, який дозволив ідентифікувати параметри  $m$ ,  $\beta$ ,  $k$  з високою точністю. Загалом оброблено понад 6000 частотних профілів.

4. Демпфувальний параметр  $\beta$  показав експоненційне зростання з температурою, що дало змогу оцінити енергію активації процесу дисипації:  $E_a \approx 21,25$  кДж/моль – відповідно до закону Арреніуса. Це значення є вперше отриманою електромагнітною оцінкою в'язкісної активації DOT 4.

5. Еквівалентна маса та жорсткість середовища виявили складну термозалежність, що вказує на фазові або структурні перебудови середовища.

6. Отримана методика дозволяє неінвазивно оцінювати якість гальмівної рідини, відкриваючи шлях до створення автономних сенсорних пристроїв на базі векторного аналізатора.

### Перелік джерел посилання

1. Григорчак І. І., Понеділок Г. В. Імпедансна спектроскопія : навч. посіб. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. 352 с.
2. Походило Є. В., Столярчук П. Г. Імітансний контроль якості : монографія. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. 164 с.
3. Міхалева М. С., Столярчук П. Г. Електрофізичні параметри багатокомпонентних рідин у електромагнітному полі : монографія. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2016. 178 с.
4. The research on ageing of glycol-based brake fluids of vehicles in operation / J. Caban et al. *Advances in Science and Technology. Research Journal*. 2016. Vol. 10. No. 32. Pp. 9–16. DOI:10.12913/22998624/65113.

5. Wójcik M. Rheological properties of new and used brake fluids. *Transport Problems*. 2018. Vol. 13. No. 2. Pp. 71–81. DOI: 10.20858/tp.2018.13.2.7.

6. Проблеми та перспективи забезпечення якості контролю технічних рідин у військовій техніці / М. С. Міхалєва та ін. *Актуальні аспекти управління оборонними ресурсами сектору безпеки та оборони* : монографія / за ред. І. М. Ткача. Київ : НУОУ, 2023. С. 95–106.

*Стаття надійшла до редакції 05.07.2025 р.*

**UDC 623.73:621.891:537.312:004.94**

**A. Shandrivskyi, V. Romanchuk**

**MODEL OF A DAMPED ELECTRICAL OSCILLATOR FOR ANALYZING THE TEMPERATURE-DEPENDENT ADMITTANCE OF BRAKE FLUID IN THE HIGH-FREQUENCY RANGE**

*This study presents the development and experimental validation of an advanced methodology for electromagnetic spectroscopy applied to DOT 4 brake fluid, aiming to characterize the temperature-dependent behavior of complex admittance across a broad frequency range—spanning 50 kHz to 300 MHz. Measurements were conducted over a temperature interval from  $-5^{\circ}\text{C}$  to  $+55^{\circ}\text{C}$ , capturing the thermally induced evolution of the fluid's electrical properties under near-operational conditions.*

*To interpret the data, the admittance spectra were modeled using a damped harmonic oscillator framework, enabling decomposition of the system's response into three physically meaningful parameters: effective inertia ( $m$ ), dissipation ( $\beta$ ), and elastic stiffness ( $k$ ). A comprehensive inverse fitting procedure was applied to over 6000 frequency profiles, yielding high-precision identification of the temperature-dependent resonance features.*

*Notably, the damping parameter  $\beta$  exhibited exponential growth with temperature, in accordance with the Arrhenius law. This behavior allowed for the first electromagnetic estimation of the activation energy for viscous dissipation in DOT 4 fluid, determined to be approximately 21.25 kJ/mol. In contrast, the temperature dependence of effective mass and stiffness revealed nonlinear trends, suggesting potential phase transitions or microstructural rearrangements within the fluid matrix.*

*The proposed methodology offers a pathway to non-invasive diagnostics of brake fluid quality by analyzing its electromagnetic response characteristics. This opens opportunities for the integration of autonomous sensing systems—for example, those based on vector network analyzers—capable of real-time fluid evaluation without extraction from the hydraulic circuit.*

**K e y w o r d s:** *mathematical modeling; complex admittance; brake fluid; electrical properties; temperature dependence.*

**Шандрівський Андрій Григорович** — кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри Національної академії Сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.  
<http://orcid.org/0000-0002-2370-4647>

**Романчук Володимир Михайлович** — ад'юнкт Національної академії Сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного.  
<http://orcid.org/0000-0002-8284-0657>